CATEDRA DE MECANICA CONSTRUCTIILOR
UNIVERSITATEA TEHNICA "GH. ASACHI" IASI
FACULTATEA DE CONSTRUCTII SI ARHITECTURA
6600 IASI, B-dul D. MANGERON , Nr. 43, Tel./Fax 032-239.213

TEORIA ELASTICITĂȚII ȘI PLASTICITĂȚII

1) Sistemul de ecuații $\begin{array}{l} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0 \end{array}$ reprezintă:

a) ecuațiile de echilibru static ale unui element infinitezimal din interiorul unei şaibe aflate în stare plană de tensiune; a) □

b) ecuațiile de echilibru dinamic ale unui element infinitezimal din interiorul unei şaibe aflate în stare plană de tensiune; b) □

c) condițiile de contur în elasticitatea plană; c) □

d) condiția de continuitate în elasticitatea plană. d) □

2) Sistemul de ecuații $\begin{array}{l} p_x = \sigma_x l + \tau_{yx} m \\ p_y = \tau_{xy} l + \sigma_y m \end{array}$ reprezintă:

c) ecuațiile de echilibru static ale unui element infinitezimal din interiorul unei şaibe aflate în stare plană de tensiune; a) □

d) ecuațiile de echilibru dinamic ale unui element infinitezimal din interiorul unei şaibe aflate în stare plană de tensiune; b) □

c) condițiile de contur în elasticitatea plană; c) □

d) condiția de continuitate în elasticitatea plană. d) □

3) Sistemul de ecuații $\varepsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\varepsilon_y = \dfrac{\partial v}{\partial y}$, $\gamma_{xy} = \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x}$, reprezintă:

a) ecuațiile fizice în elasticitatea plană; a) □

b) ecuațiile geometrice în elasticitatea plană; b) □

c) ecuațiile fizice în elasticitatea spațială; c) □

d) condițiile de contur în elasticitatea plană. d) □

4) Condiția $\Delta(\sigma_x + \sigma_y) = 0$ reprezintă:

a) ecuație de echilibru static în elasticitatea plană; a) □

b) condiția de continuitate a deformațiilor în elasticitatea plană, exprimată în tensiuni; b) □

c) condiția de continuitate a deformațiilor în elasticitatea spațială, exprimată în tensiuni; c) □

d) condiție de contur în elasticitatea plană. d) □

5) Rezolvarea în tensiuni a unei probleme de elasticitate plană, în coordonate carteziene, revine la rezolvarea ecuației diferențiale (notația $\nabla^2\nabla^2 \equiv \Delta\Delta$):

a) $\nabla^2\nabla^2 w(x,y) = \dfrac{p(x,y)}{D}$; a) ☐

b) b) $\nabla^2\nabla^2 F(r,\vartheta) = 0$; b) ☐

c) $\dfrac{d^4 w}{dx^4} = \dfrac{p(x)}{D}$; c) ☐

d) $\nabla^2\nabla^2 F(x,y) = 0$ d) ☐

6) Funcția de tensiune F(x,y) generează următoarele tensiuni:

a) $\sigma_x = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}$; $\sigma_y = \dfrac{\partial^2 F}{\partial\ y^2}$; $\tau_{xy} = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$; a) ☐

b) $\sigma_x = \dfrac{\partial F}{\partial y}$; $\sigma_y = \dfrac{\partial F}{\partial x}$; $\tau_{xy} = -\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$; b) ☐

c) $\sigma_x = \dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}$; $\sigma_y = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}$; $\tau_{xy} = -\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$; c) ☐

d) $\sigma_x = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \mathrm{X} \cdot x$; $\sigma_y = \dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \mathrm{Y} \cdot y$; $\tau_{xy} = -\dfrac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$; d) ☐

7) Tensiunile generate de polinomul biarmonic $F(x,y) = \dfrac{ax^2}{2} + bxy + \dfrac{cy^3}{6}$ au expresiile:

a) $\sigma_x = cy$; $\sigma_y = a$; $\tau_{xy} = -b$ a) ☐

b) $\sigma_x = bx + cy$; $\sigma_y = a$; $\tau_{xy} = -b$ b) ☐

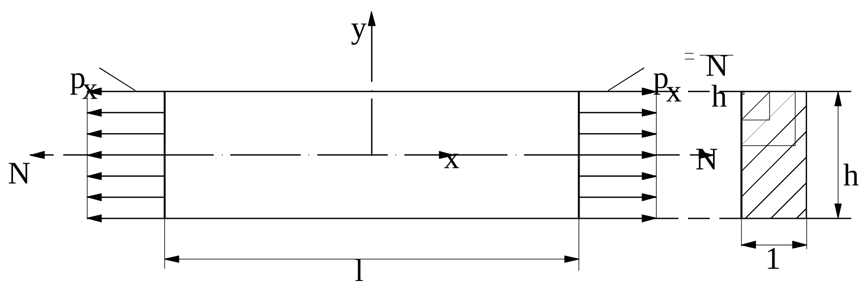
c) $\sigma_x = cy$; $\sigma_y = 0$; $\tau_{xy} = -by$ c) ☐

d) $\sigma_x = bx + cy$; $\sigma_y = a$; $\tau_{xy} = 0$ d) ☐

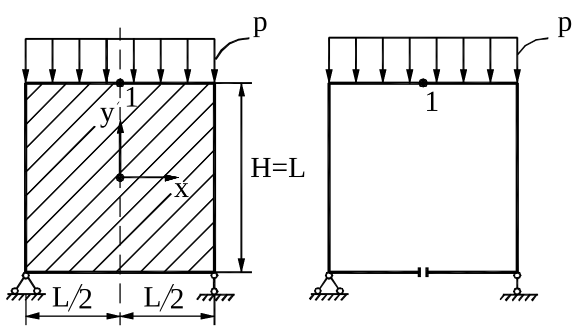
8) Pentru şaiba dreptunghiulară prezentată în figură, funcția de tensiune este:

a) $F(x) = p_x \dfrac{x^2}{2}$; b) $F(x,y) = p_x xy$; c) $F(y) = p_x \dfrac{y^2}{2}$; d) $F(y) = p_x \dfrac{y^3}{6}$

a) ☐ b) ☐ c) ☐ d) ☐



9) Funcția de tensiune în punctul „1” al şaibei de grosime unitară din figură este:



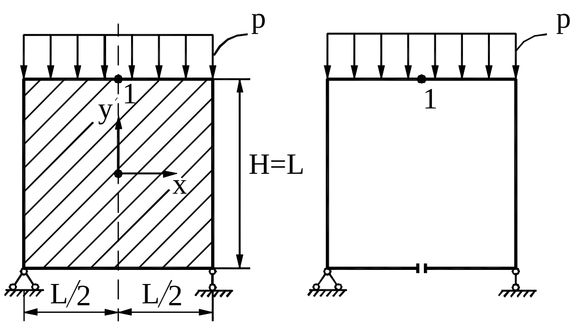
a) $F_1 = -\,pL;$ a) ☐

b) $F_1 = \dfrac{pL^2}{4};$ b) ☐

c) $F_1 = -\dfrac{pL^2}{2};$ c) ☐

d) $F_1 = \dfrac{pL^2}{8}.$ d) ☐

10) Valorile corecte ale tensiunilor σ_y şi τ_{xy} în punctul „1” al elementului din figura de mai jos sunt:



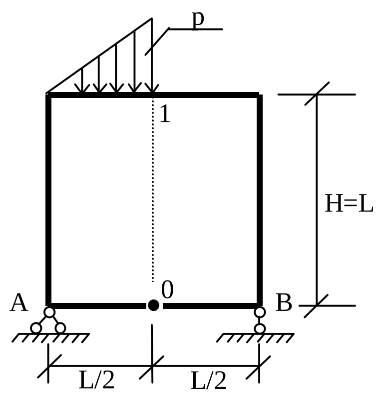
a) $\sigma_y = p,\ \tau_{xy} = 0;$ a) ☐

b) $\sigma_y = -p,\ \tau_{xy} = p;$ b) ☐

c) $\sigma_y = -p,\ \tau_{xy} = 0;$ c) ☐

d) $\sigma_y = 0,\ \tau_{xy} = 0.$ d) ☐

11) Funcția de tensiuni, în punctul 1 al şaibei din figură, - folosind originea O – este:



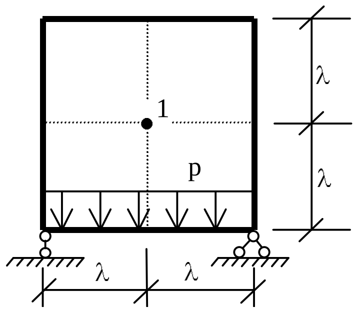
a) $F_1 = \dfrac{pL^2}{12};$ a) ☐

b) b) $F_1 = \dfrac{pL^2}{24};$ b) ☐

c) c) $F_1 = -\dfrac{pL^2}{6};$ c) ☐

d) d) $F_1 = -\dfrac{pL^2}{24}.$ d) ☐

12) Ce valori au tensiunile σ_x, σ_y, τ_{xy} în punctul central al grinzii perete din figură, dacă determinarea lor se face prin metoda diferențelor finite,cu rețeaua indicată în desen:



a) $\sigma_x = \dfrac{1}{8}p,\quad \sigma_y = \dfrac{1}{3}p,\quad \tau_{xy} = 0$ a) ☐

b) $\sigma_x = -\dfrac{1}{6}p,\quad \sigma_y = \dfrac{1}{3}p,\quad \tau_{xy} = 0$ b) ☐

c) $\sigma_x = \dfrac{1}{2}p,\quad \sigma_y = \dfrac{1}{4}p,\quad \tau_{xy} = 0$ c) ☐

d) $\sigma_x = \dfrac{1}{3}p,\quad \sigma_y = \dfrac{1}{4}p,\quad \tau_{xy} = 0$ d) ☐

13) Precizați valoarea raportului L/H pentru care un element plan dreptunghiular, încărcat în planul suprafeței mediane, se consideră grindă perete:

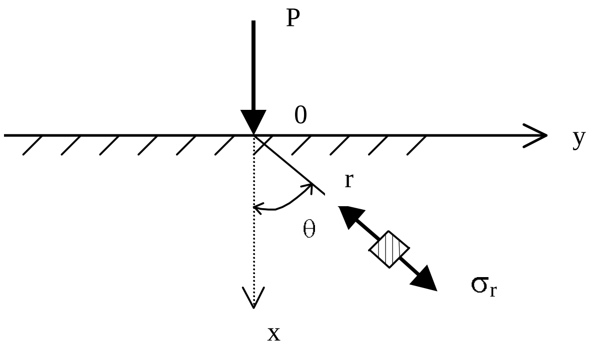
$a)\ \frac{L}{H}=10;$ a) □

$b)\ \frac{L}{H}<5;$ b) □

$c)\ \frac{L}{H}>5;$ c) □

$d)\ \frac{L}{H}>10;$ d) □

14) Într-un punct al unui semiplan elastic, încărcat cu o forță normală la suprafață, ca în figură, tensiunile radiale sunt:



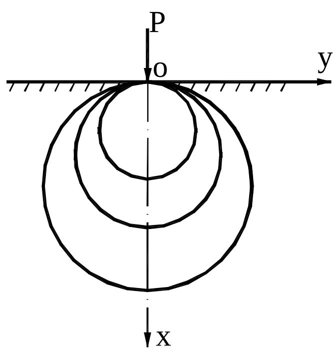
a) $\sigma_r = \frac{2P}{\pi}\frac{\cos\theta}{r}$ a) □

b) $\sigma_r = -\frac{2P}{\pi}\frac{\cos\theta}{r}$ b) □

c) $\sigma_r = -\frac{3P}{2\pi}\frac{\cos\theta}{r}$ c) □

d) $\sigma_r = -\frac{3P}{2\pi}\frac{\cos\theta}{r^2}$ d) □

15) La un semiplan elastic acționat de o forță normală la contur, ca în figură, cercurile tangente la contur în origine, se numesc:



a) izocromate; a) □

b) izocline; b) □

c) traiectoriile tensiunilor principale σ_1; c) □

d) izobare. d) □

16) Ecuația diferențială a suprafeței mediane deformate în coordonate carteziene la plăci plane dreptunghiulare, încărcate cu forțe normale pe planul median, are forma:

a) $\frac{\partial^4 F}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2}+\frac{\partial^4 F}{\partial y^4}=0;$ a) □

b) $\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=\frac{p(x,y)}{D};$ b) □

c) $\frac{d^4 w}{dr^4}+\frac{2}{r}\frac{d^3 w}{dr^3}-\frac{1}{r^2}\frac{d^2 w}{dr^2}+\frac{1}{r^3}\frac{dw}{dr}=\frac{p(r)}{D};$ c) □

d) $\frac{d^4 w}{dx^4}=\frac{p(x)}{EI};$ d) □

17) Eforturile care apar în plăcile plane dreptunghiulare, încărcate cu forțe normale pe planul median, sunt (forțele tăietoare se notează V sau Q):

a) forțele axiale N_x, N_y ; forțele tăietoare V_x, V_y ; a) □

b) forțele axiale N_x, N_y ; momentele încovoietoare M_x, M_y ; b) □

c) momentele încovoietoare M_x, M_y ;
momentul de torsiune $M_{xy} = M_{yx} = M_t$; forțele tăietoare V_x, V_y; c) □

d) forțele axiale N_x, N_y ; momentul de torsiune $M_{xy} = M_{yx}$; d) □

18) Momentul încovoietor M_x, la plăcile plane încovoiate, se exprimă în raport cu derivatele deplasării w, cu expresia:

a) $-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)$; a) □

b) $-D(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$; b) □

c) $-D\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$; c) □

d) $-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$. d) □

19) Unele dintre tensiunile care apar într-o placă plană încovoiată au valorile maxime în modul pe suprafețele superioară şi inferioară, ale plăcii. Care sunt acestea?

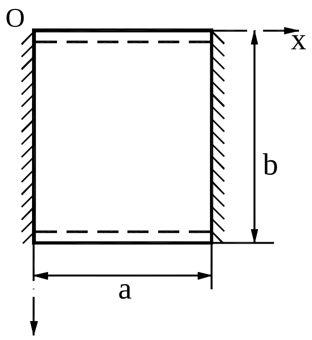
a) $\sigma_x, \tau_{xz}, \tau_{yz}$; a) □

b) $\sigma_y, \tau_{xz}, \tau_{yz}$; b) □

c) $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} = \tau_{yx}$; c) □

d) $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$; d) □

20) Condițiile pe contur la placa dreptunghiulară din figură sunt:



a) pe laturile x = 0; x = a $\begin{cases} w=0 \\ \frac{\partial w}{\partial x}=0 \end{cases}$

pe laturile y = 0; y = b $\begin{cases} w=0 \\ \frac{\partial w}{\partial y}=0 \end{cases}$ a) □

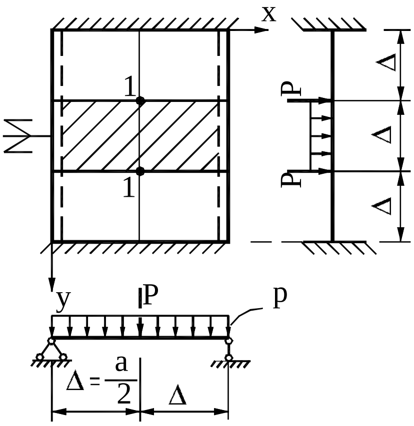
b) pe laturile x = 0; x = a $\begin{cases} w=0 \\ \frac{\partial w}{\partial x}=0 \end{cases}$

pe laturile y = 0; y = b $\begin{cases} w=0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0 \end{cases}$ b) □

c) pe laturile x = 0; x = a $\begin{cases} w=0 \\ \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \end{cases}$; pe laturile y = 0; y = b $\begin{cases} w=0 \\ \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0 \end{cases}$ c) ☐

d) pe laturile x = 0; x = a $\begin{cases} w=0 \\ \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \end{cases}$; pe laturile y = 0; y = b $\begin{cases} w=0 \\ \dfrac{\partial w}{\partial y}=0 \end{cases}$ d) ☐

21) Pentru placa plană încărcată ca în figură, indicați valoarea corectă a termenului liber p_1, rezultat la transcrierea în diferențe finite a ecuației $\nabla^2\nabla^2 w(x,y)=\dfrac{p(x,y)}{D}$, în punctul 1:



a) $p_1 = p + \dfrac{P}{\Delta^2}$; a) ☐

b) $p_1 = \dfrac{p}{2} + P$; b) ☐

c) $p_1 = \dfrac{p}{2} + \dfrac{P}{\Delta^2}$; c) ☐

d) $p_1 = p + P$; d) ☐

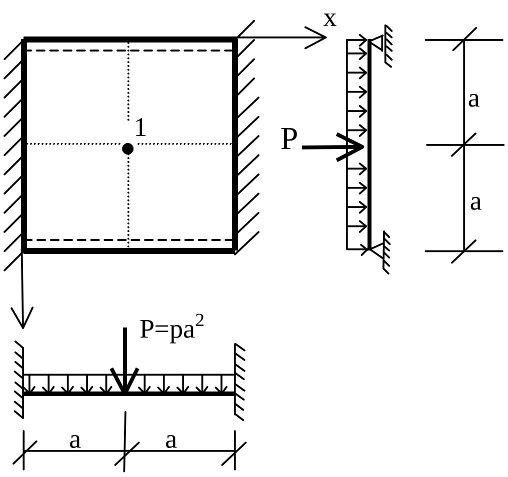
22) Săgeata şi momentele încovoietoare în punctul central al plăcii prezentate în figură, determinate prin metoda diferențelor finite, utilizând rețeaua de puncte indicată, sunt:

a) $w_1 = \dfrac{pa^4}{10D}$, $M_{x1} = M_{y1} = \dfrac{1+\nu}{5} \cdot \dfrac{pa^2}{D}$

b) $w_1 = \dfrac{pa^4}{5D}$, $M_{x1} = \dfrac{1+\nu}{5} pa^2$, $M_{y1} = \dfrac{1+\nu}{10} pa^2$

c) $w_1 = \dfrac{pa^4}{4D}$, $M_{x1} = \dfrac{pa^2}{5}$, $M_{y1} = \dfrac{pa^2}{10}$

d) $w_1 = \dfrac{pa^4}{20D}$, $M_{x1} = \dfrac{pa^2}{10}$, $M_{y1} = \dfrac{pa^2}{5}$

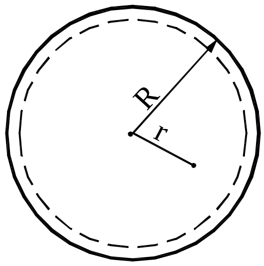


a) ☐
b) ☐
c) ☐
d) ☐

23) La plăcile circulare şi inelare axial simetrice (cu simetrie polară) apar urmatoarele eforturi:

a) M_r , $M_{r\theta} = M_{\theta r}$, V_r ; a) ☐
b) M_θ , $M_{r\theta} = M_{\theta r}$, V_θ ; b) ☐
c) M_r , M_θ , $M_{r\theta} = M_{\theta r}$; c) ☐
d) M_r , M_θ , V_r ; d) ☐

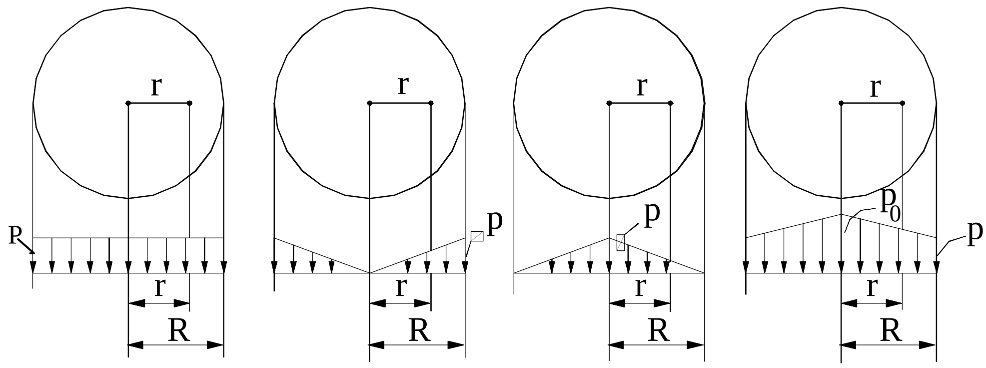
24) În cazul plăcii circulare pline, soluția ecuației diferențiale $\nabla^2\nabla^2 w(r) = \frac{p(r)}{D}$, are forma: $w = A_1 + B_1 r^2 + w_p$. Precizați condițiile de rezemare corespunzătoare plăcii circulare simplu rezemate pe contur, necesare pentru determinarea constantelor de integrare A_1 si B_1:



- pentru r = R →
$$\begin{cases} a)\ w=0;\ \ \dfrac{dw}{dr}=0 \\ b)\ w=0;\ \ \dfrac{d^2w}{dr^2}+\dfrac{\nu}{r}\dfrac{dw}{dr}=0 \\ c)\ w=0;\ \ \dfrac{d^2w}{dr^2}=0 \\ d)\ w=0;\ \ \dfrac{d^2w}{d\theta^2}=0 \end{cases}$$

a) ☐
b) ☐
c) ☐
d) ☐

25) Indicați cazul de încărcare al plăcii circulare, căreia îi corespunde soluția particulară $w_p = \frac{pr^4}{64D}$:



a) ☐ b) ☐ c) ☐ d) ☐

26) Care dintre condițiile de mai jos nu este conformă cu realizarea stării de membrană la plăcile curbe subțiri:
a) grosimea plăcii curbe, constantă sau variabilă lent, este mică; a) ☐
b) suprafața plăcii curbe este continuă (fără goluri, rigidizări etc.); b) ☐
c) rezemarea continuă este în planul tangent la suprafața mediană; c) ☐
d) încărcările sunt concentrate (forțe sau momente) şi pot avea orice sens. d) ☐

27) La plăcile curbe subtiri de rotatie, axial simetrice, în teoria de membrană, efortul după meridian, N_φ, dintr-o secțiune precizată de unghiul φ, se exprimă cu relația $N_\varphi = -\dfrac{R_{\Delta\varphi}}{2\pi r \sin\varphi}$, unde $R_{\Delta\varphi}$ este:

a) rază de curbură; a) ☐

b) reacțiunea pe contur; b) ☐

c) rezultanta încărcărilor gravitaționale aferente; c) ☐

d) rezultanta reacțiunilor de pe contur. d) ☐

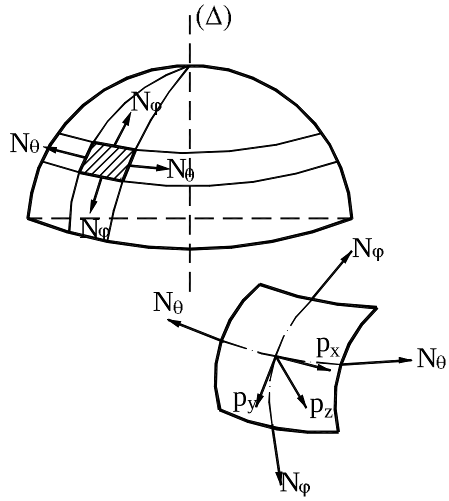
28) Efortul circumferențial N_θ , la plăcile curbe subțiri de rotație, axial simetrice în teoria de membrană, se deduce dintr-o ecuație de echilibru algebrică de forma:(r_1 este raza de curbură a meridianului)

a) $\dfrac{N_\varphi}{r_1} + \dfrac{N_\theta}{r_2} + p_x = 0$; a) ☐

b) $\dfrac{N_\varphi}{r_1} + \dfrac{N_\theta}{r_2} + p_z = 0$; b) ☐

c) $\dfrac{N_\varphi}{r_1} + \dfrac{N_\theta}{r_2} + p_y = 0$; c) ☐

d) $\dfrac{N_\varphi}{r_2} + \dfrac{N_\theta}{r_1} + p_z = 0$; d) ☐



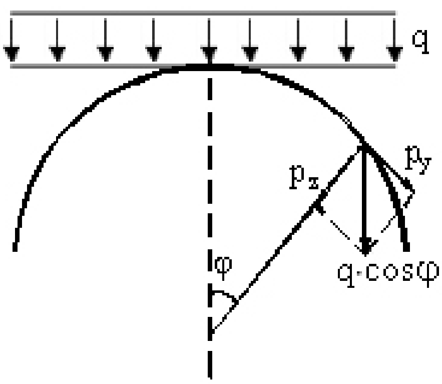
29) Componentele intensității încărcării din zăpadă, la plăcile curbe de rotație axial simetrice, sunt:

a) $p_x = 0, \quad p_y = g \cdot \sin\varphi, \quad p_z = g \cdot \cos\varphi$; a) ☐

b) $p_x = 0, \quad p_y = 0, \quad p_z = \gamma \cdot H_\varphi$; b) ☐

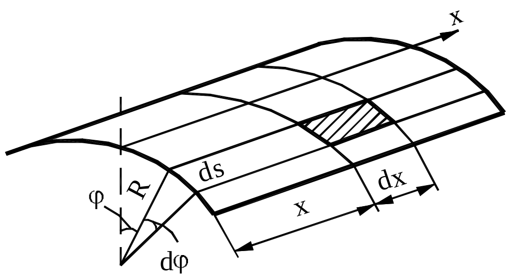
c) $p_x = 0, \quad p_y = q \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi, \quad p_z = q \cdot \cos^2\varphi$; c) ☐

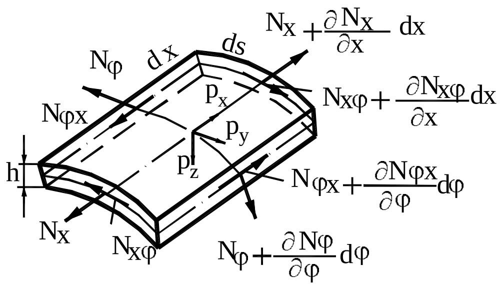
d) $p_x = 0, \quad p_y = 0, \quad p_z = p \cdot \sin\varphi \cdot \cos\theta$. d) ☐



30) Ecuațiile de echilibru ale plăcilor curbe cilindrice deschise, aflate în starea de membrană, sunt următoarele:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial N_x}{\partial x} + \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} + p_x = 0; \\ \dfrac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} + \dfrac{1}{R}\dfrac{\partial N_{\varphi}}{\partial \varphi} + p_y = 0; \\ \dfrac{N_\varphi}{R} + p_z = 0. \end{cases}$$

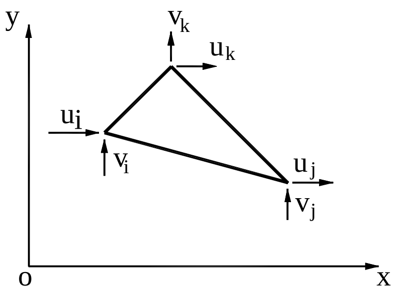




Eforturile se determină din acest sistem în ordinea:

a) N_x , N_φ , $N_{x\varphi}$; a) ☐
b) N_x , $N_{x\varphi}$, N_φ; b) ☐
c) N_φ , $N_{x\varphi}$, N_x; c) ☐
d) N_φ , N_x , $N_{x\varphi}$; d) ☐

31) Pentru elementul finit plan triunghiular din figură, câmpul de deplasare se exprimă sub forma:



$u(x,y) = N_i u_i + N_j u_j + N_k u_k,$
$v(x,y) = N_i v_i + N_j v_j + N_k v_k$
în care N_i, N_j, N_k sunt:

a) funcții de tensiune; a) ☐
b) forțe axiale; b) ☐
c) funcții de potențial; c) ☐
d) funcții de formă (de interpolare). d) ☐

32) Matricea de rigiditate $[k_e]$ a elementului finit triunghiular de mai sus are dimensiunile:

a) 4 x 4; a) ☐
b) 6 x 6; b) ☐
c) 2 x 2; c) ☐
d) 8 x 8. d) ☐