



LINII DE INFLUENȚĂ LA GRINDA DREAPTĂ ȘI GRINZI GERBER

În capitolele precedente a fost tratată problema determinării reacțiunilor și eforturilor produse de acțiunea unor sarcini fixe asupra structurilor respective.

Condițiile de exploatare a construcțiilor fac ca acestea să fie solicitate și de sarcini utile mobile, care prin schimbarea poziției în orice moment sau la intervale mai mari de timp modifică valoarea eforturilor din secțiunile elementelor de rezistență.

Variația unei reacțiuni sau a unui efort dintr-o secțiune oarecare a elementelor de rezistență se poate studia cu ajutorul liniei de influență a reacțiunii sau a efortului considerat.

Se presupune o grindă simplu rezemată, acționată de două forțe P_1 și P_2 aplicate în punctele a și b (fig. IV.1).

Un efort oarecare S_i din secțiunea i va fi egal cu suma efectelor produse de fiecare din cele două forțe P_1 și P_2 .

Dacă în punctul a ar acționa o forță egală cu unitatea, atunci efortul din secțiunea i ar fi s_{ia} , respectiv s_{ib} dacă forța unitate ar acționa în punctul b .

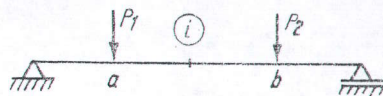


Fig. VI.1.

Suprapunind efectele și ținând seama că forțele sînt în realitate de P_1 , respectiv de P_2 ori mai mari, efortul S_i are valoarea:

$$S_i = P_1 s_{ia} + P_2 s_{ib}.$$

Pentru o altă poziție a sarcinilor P_1 și P_2 , de exemplu, dacă ele ar acționa în punctele c și d , efortul S_i va fi:

$$S_i = P_1 s_{ic} + P_2 s_{id}.$$

În aceste relații s-a notat cu s_{ia} efortul care apare în secțiunea considerată i , cînd sarcina unitate este aplicată în secțiunea a .

Efortul căutat se poate exprima deci prin relații liniare, în funcție de sarcini și coeficienți de forma s_{ij} , denumiți coeficienți de influență.

Coeficienții de influență depind numai de caracteristicile structurii și se pot determina independent de sarcinile reale ce acționează construcția.

Dacă în aceste relații se consideră că P_1 și P_2 nu au dimensiuni, ci numai valoare numerică, atunci coeficienții de influență au dimensiunea simbolului respectiv (al efortului respectiv, m, l, n).

Dacă se consideră dimensiunea sarcinilor P_1 și P_2 , atunci coeficienții de influență au dimensiunea simbolului împărțită prin dimensiunea cauzei.

Din cele de mai sus rezultă că dacă se va cunoaște valoarea coeficienților de influență ai efortului din secțiunea i , cînd sarcina unitate calcă în toate secțiunile grinzii, atunci pentru orice sistem de forțe date se poate determina valoarea efortului S_i .

Raportînd la o axă de referință valorile coeficienților de influență, se obține o diagramă denumită, în cele ce urmează, linia de influență a efortului S_i .

Linia de influență este o diagramă care reprezintă variația unei mărimi statice (reacțiune sau efort) cînd o sarcină unitate de direcție dată parcurge întreaga construcție (deplasîndu-se pe cale).

O ordonată a liniei de influență reprezintă valoarea mărimii statice considerate cînd sarcina unitate calcă în dreptul ordonatei respective.

Pentru diferitele eforturi din aceeași secțiune, precum și pentru același efort, dar din diferite secțiuni, se trasează linii de influență proprii.

Trasarea liniilor de influență se face prin metoda analitică și metoda cinematică.

Liniile de influență pentru sistemele static determinate sînt formate din variații liniare, iar pentru sistemele static nedeterminate sînt formate din variații neliniare.

Prin metoda analitică linia de influență a unui efort sau reacțiune se determină scriînd expresia mărimii statice respective și punînd condiții limită asupra variabilei.

În metoda cinematică se va utiliza același procedeu ca și în cazul determinării reacțiunilor pe cale cinematică cu următoarele precizări:

— epura de deplasări la o anumită scară reprezintă chiar linia de influență a efortului respectiv. Scara este stabilită în momentul în care deplasarea unitate dată pe direcția efortului este pusă în evidență în diagrama de deplasări:

— sarcina care acționează asupra sistemului fiind egală cu unitatea, ecuația de lucru mecanic virtual capătă forma:

$$S \delta_s + 1 \cdot \delta_p = 0, \quad (IV.1)$$

unde luînd $\delta_s = -1$, rezultă $S = \delta_p$, adică efortul are mărimea și semnul deplasării sarcinii unitare;

— relația de mai sus asigură utilizarea unei convenții de semn ușor de reținut și pe deplin justificată de fenomenul fizic. În cazul sarcinilor verticale acționînd de sus în jos la corpurile care coboară sub axa de referință linia de influență este pozitivă (deplasările sînt în sensul de acțiune al forței uni-

tate), iar pentru corpurile care urcă deasupra axei de referință linia de influență este negativă (deplasările sînt în sens invers sensului de acțiune al forței unitate).

Pentru determinarea liniei de influență a unui efort din secțiunea i (M_i , T_i sau N_i) este necesar să se suprimă legătura corespunzătoare efortului și să se pună în evidență efortul căutat. Mecanismele care se utilizează sînt obținute prin suprimarea uneia din cele trei legături care realizează încadrarea celor două porțiuni din corp.

În figura IV.2 sînt date schemele mecanismelor ce trebuie introduse în locul încadrării (reprezentată în fig. IV.2, a), pentru punerea în evidență a eforturilor interioare N_i , T_i și M_i (fig. IV.2, b, c, d), precum și poziția centrului instantaneu relativ al celor două corpuri rezultate prin suprimarea unei legături. Deplasările δ_s date pe direcțiile eforturilor a căror linii de influență se construiesc sînt deplasări relative.

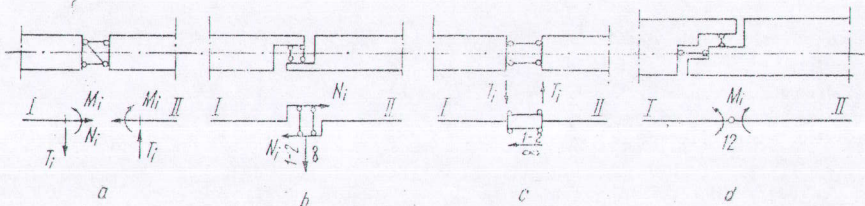


Fig. IV.2.

Linia de influență dă posibilitatea să se analizeze modul de variație a unui efort și să se stabilească pozițiile cele mai defavorabile de încărcare a sistemului. Liniile de influență se utilizează pentru determinarea valorii unui efort oarecare la un sistem de forțe aplicate static, precum și pentru determinarea valorii maxime a efortului, în cazul unei încărcări dată de convoaie mobile de forțe.

În acest capitol se indică modul de trasare a liniilor de influență a eforturilor din secțiuni sau a reacțiilor din rezemări și determinarea valorii acestora pentru cazul încărcării statice la grinzi drepte și la grinzi Gerber.

a. Liniile de influență la grinda dreaptă

1) Metoda analitică

Problema IV.1. Să se traseze liniile de influență ale reacțiilor V_A și V_B , precum și a forței tăietoare și momentului încovoietor din secțiunea i la grinda din figura IV.3.

Linia de influență a reacțiunii V_A :

$$V_A \cdot l - 1 \cdot b = 0; \quad V_A = \frac{1 \cdot b}{l}$$

Din condițiile la limită asupra variabilei b se obține:

$$- \text{pentru } b=0 \quad V_A=0;$$

$$- \text{pentru } b=l \quad V_A=1.$$

Deoarece expresia reacțiunii este o ecuație de gradul I în raport cu variabila b , rezultă că linia de influență este o dreaptă.

În mod analog se determină linia de influență a reacțiunii V_B .

$$-V_B \cdot l + 1 \cdot a = 0; \quad V_B = \frac{1 \cdot a}{l}$$

Pentru $a=0$, $V_B=0$ și pentru $a=l$, $V_B=1$.

Linia de influență a forței tăietoare T_i :
 $T = V_A$ pentru intervalul $A-i$, cînd forța de 1 tf se află la dreapta secțiunii i ;

$T = -V_B$ pentru intervalul $i-B$, cînd forța de 1 tf se află la stînga secțiunii i .

Linia de influență a momentului încovoietor M_i :

($A-i$) $M_i = V_A \cdot x = \frac{1 \cdot b}{l} x'$ (forța de 1tf se află la dreapta secțiunii i).

$$b=0, \quad M_i=0$$

$$b=x', \quad M_i = \frac{xx'}{l}$$

($i-B$) $M_i = V_B \cdot x' = \frac{1 \cdot a}{l} x'$ (forța de 1tf se află la stînga secțiunii i).

$$a=0, \quad M_i=0$$

$$a=x, \quad M_i = \frac{xx'}{l}$$

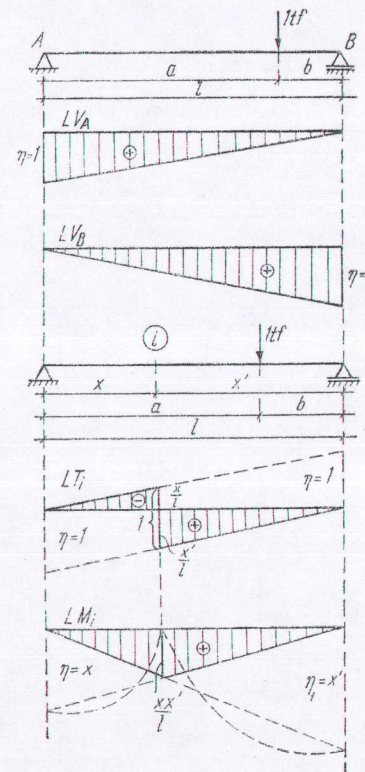


Fig. IV.3.

Problema IV.2. Să se traseze liniile de influență ale reacțiilor și eforturilor din secțiunile indicate la grinda din figura IV.4.

Pentru cazul cînd forța de $1tf$ se află în intervalul AB , linia de influență a oricărei mărimi statice se determină ca la grinda dreaptă fără consolă. Se va studia numai cazul cînd sarcina se află pe consolă.

Linia de influență a reacțiunii V_A :

$$-V_A \cdot l + 1 \cdot d = 0; \quad V_A = -\frac{1 \cdot d}{l}$$

Din condițiile la limită asupra variabilei d se obține:

$$- \text{pentru } d=0, \quad V_A=0;$$

$$- \text{pentru } d=c, \quad V_A = -\frac{c}{l}$$

Linia de influență a forței tăietoare T_i :

$$T_i = V_A; \quad - \text{pentru } d=0; \quad T_i=0;$$

$$- \text{pentru } d=c, \quad T_i = -\frac{c}{l}$$

Linia de influență a momentului încovoietor M_i :

$$M_i = V_A \cdot x_i; \quad - \text{pentru } d=0$$

$$M_i=0 \text{ și } V_A=0;$$

$$- \text{pentru } d=c \quad M_i = -\frac{c}{l} x_i \text{ și } V_A = -\frac{c}{l}$$

Linia de influență a forței tăietoare dintr-o secțiune j de pe consolă:

Scriind că forța tăietoare în secțiunea j este egală cu suma forțelor de la dreapta secțiunii, rezultă:

$$- \text{pentru } d < x_j \quad T_j=0;$$

$$- \text{pentru } d > x_j \text{ pînă la } d=c \quad T_j=1.$$

Linia de influență a momentului M_j :

Scriind momentul forțelor de la dreapta secțiunii, se obține:

$$- \text{pentru } d \leq x_j \quad M_j=0;$$

$$- \text{pentru } x_j < d \leq c \quad M_j = -1 \cdot (d - x_j);$$

$$- \text{cînd } d=c \quad M_j = -(c - x_j).$$

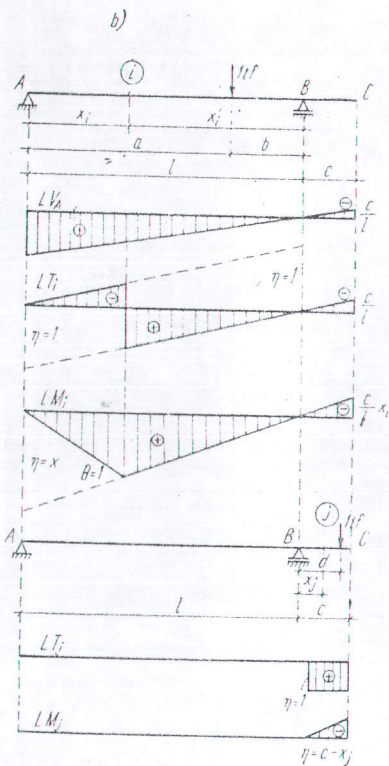


Fig. IV.4.

2) Metoda cinematică

Problema IV.3. Să se traseze liniile de influență ale reacțiilor și eforturilor din secțiunea curentă la grinda dreaptă (fig. IV.5 și VI.6.).

Se suprimă legătura corespunzătoare reacțiunii V_A și se introduce pe direcția acestei legături reacțiunea V_A .

Corpul are o posibilitate de deplasare care se va produce cînd aceasta va fi dată de cel ce calculează. Dînd deplasarea pe direcția necunoscutului și scriind ecuația de lucru mecanic virtual $S\delta\delta_p + 1 \cdot \delta\delta_p = 0$ și ținînd seama că $\delta\delta_s = -1$ se obține $S = \delta\delta_p$. Sau, în cuvinte, efortul căutat are mărimea și semnul deplasării sarcinii unitare.

Pentru determinarea forței tăietoare se procedează identic ca și pentru determinarea reacțiilor. Trebuie să se aibă în vedere că aici, prin suprimarea legăturii corespunzătoare forței tăietoare, se formează un mecanism ale cărui corpuri rămîn paralele și după deplasare, deoarece centrul relativ al corpurilor I și II se află la infinit pe direcția celor două pendule de legătură.

b. Linii de influență la grinzi Gerber

1) Metoda Analitică

Problema IV.4. Să se traseze liniile de influență ale reacțiilor V_A și V_B și eforturilor T_i și M_i prin metoda analitică (fig. IV.7.).

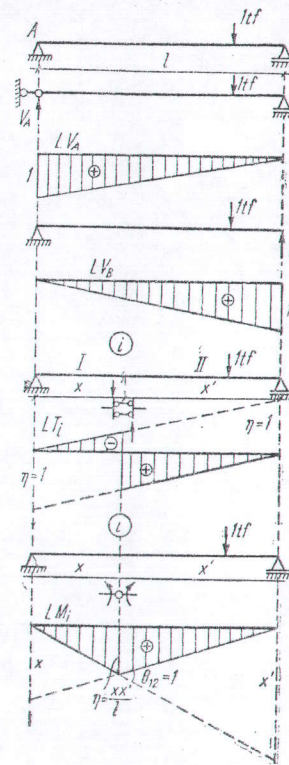


Fig. IV.5.

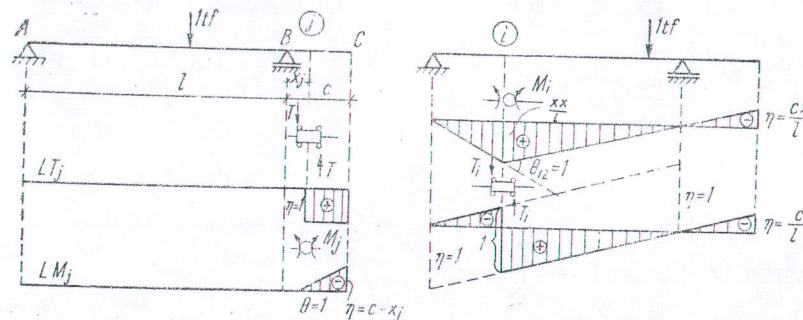


Fig. IV.6.

Linia de influență V_A

Cît timp sarcina unitate se află pe grinda principală ABC , linia de influență V_A are același aspect ca pentru grinda cu consolă.

În cazul cînd sarcina unitate se află pe grinda CD , reacțiunea V_A este funcție de reacțiunea din C :

$$V_C = \frac{1 \cdot b}{6}; \quad V_A = -V_C \cdot \frac{1}{2}.$$

Punind condițiile la limită, se obține:

$$b=0 \quad V_C=0 \quad V_A=0$$

$$b=6 \quad V_C=1 \quad V_A=-\frac{1}{2}.$$

Linia de influență V_B

Calculul se conduce în același mod ca la determinarea liniei de influență V_A .

$$V_C = \frac{1 \cdot b}{6}; \quad V_B = \frac{9V_C}{6} = \frac{3}{2}V_C;$$

$$b=0 \quad V_C=0 \quad V_B=0$$

$$b=6 \quad V_C=1 \quad V_B=\frac{3}{2}.$$

Linia de influență T_i :

$$T_i = V_A, \quad V_C = \frac{1 \cdot b}{6}, \quad V_A = -V_C \frac{1}{2};$$

$$b=0; \quad V_C=0, \quad V_A=0, \quad T_i=0;$$

$$b=6, \quad V_C=1,$$

$$V_A = -\frac{1}{2}, \quad T_i = -\frac{1}{2}.$$

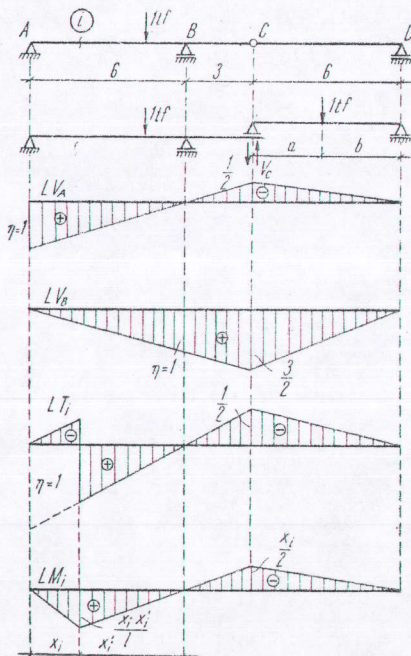


Fig. IV.7.

Linia de influență M_i :

$$M_i = V_A \cdot x_i \quad V_C = \frac{1 \cdot b}{6} \quad V_A = -V_C \frac{1}{2}$$

$$b=0 \quad V_C=0 \quad V_A=0 \quad M_i=0$$

$$b=6 \quad V_C=1 \quad V_A=-\frac{1}{2} \quad M_i=-\frac{x_i}{2}.$$

Problema IV.5. Să se traseze linia de influență a reacțiunii V_D și eforturilor T_i și M_i la grinda Gerber din figura IV.8.

Linia de influență V_D :

În acest caz interesează expresia reacțiunii V_D cînd sarcina unitate se găsește pe grinda AB și EF .

Sarcina unitate pe grinda AB .

$$V_B = 1 \cdot \frac{a}{4}, \quad V_D = -V_B \frac{1}{4}.$$

Condițiile limită:

$$a=0 \quad V_B=0 \quad V_D=0$$

$$a=4 \quad V_B=1 \quad V_D=-\frac{1}{4}$$

Sarcina unitate pe grinda EF .

$$V_E = 1 \cdot \frac{d}{6} \quad V_D = V_E \frac{5}{4}$$

$$d=0 \quad V_E=0 \quad V_D=0$$

$$d=6 \quad V_E=1 \quad V_D=\frac{5}{4}.$$

Linia de influență T_i :

- Sarcina unitate pe grinda AB :

$$V_B = 1 \cdot \frac{a}{4} \quad T_i = -V_B + V_C$$

$$\Sigma M_D = 0 \quad -V_B \cdot 10 + V_C \cdot 8 = 0$$

$$V_C = V_B \frac{5}{4}.$$

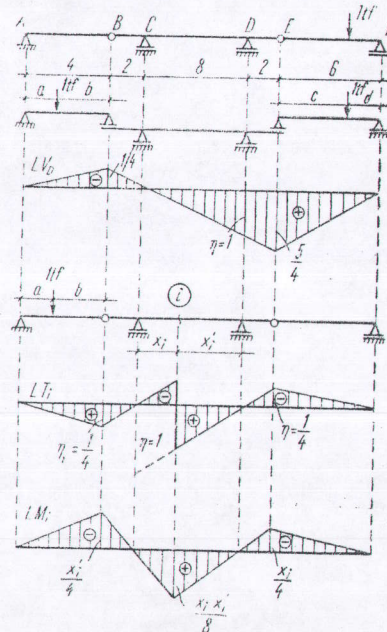


Fig. IV.8.

Condiții limită:

$$\begin{aligned} a=0 \quad V_B=0 \quad V_C=0 \quad T_i=0 \\ a=4 \quad V_B=1 \quad V_C=\frac{5}{4} \quad T_i=\frac{1}{4} \end{aligned}$$

— Sarcina unitatea pe grinda EF:

$$V_E=1 \cdot \frac{d}{6} \quad T_i=-(V_D-V_E)$$

$$\sum M_C=0 \quad -V_D \cdot 8 + V_E \cdot 10 = 0 \quad V_D = V_E \cdot \frac{5}{4}$$

Condiții limită:

$$\begin{aligned} d=0 \quad V_E=0 \quad V_D=0 \quad T_i=0 \\ d=6 \quad V_E=1 \quad V_D=\frac{5}{4} \quad T_i=-\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Linia de influență M_i :

— Sarcina unitate pe grinda AB.

$$M_i = -V_B(2+x_i) + V_C x_i \quad V_B = 1 \cdot \frac{a}{4}$$

$$\sum M_D=0 \quad -V_B \cdot 10 + V_C \cdot 8 = 0 \quad V_C = V_B \cdot \frac{5}{4}$$

$$M_i = -\frac{a}{4}(2+x_i) + \frac{a}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot x_i \quad M_i = \frac{a(x_i-8)}{16}$$

Condiții limită:

$$\begin{aligned} a=0 \quad V_B=0 \quad V_C=0 \quad M_i=0 \\ a=4 \quad V_B=1 \quad V_C=\frac{5}{4} \quad M_i=\frac{x_i-8}{4} \end{aligned}$$

Înlocuind $8-x_i=x'_i$, se obține:

$$M_i = -\frac{x'_i}{4}$$

Sarcina unitate pe grinda EF:

$$M_i = -[V_E(2+x_i) - V_D \cdot x'_i] \quad V_E = 1 \cdot \frac{d}{6}$$

$$M_C=0 \quad -V_D \cdot 8 + V_E \cdot 10 = 0 \quad V_D = V_E \cdot \frac{5}{4}$$

$$M_i = -\left[\frac{d}{6}(2+x_i) - \frac{d}{6} \cdot \frac{5}{4} \cdot x'_i \right]$$

$$M_i = -\frac{d}{24}(8-x'_i)$$

Condiții limită:

$$d=0 \quad V_B=0 \quad V_D=0 \quad M_i=0$$

$$d=6 \quad V_E=1 \quad V_D=\frac{5}{4} \quad M_i = -\frac{8-x'_i}{4}$$

Înlocuind $8-x'_i=x_i$, se obține:

$$M_i = -\frac{x_i}{4}$$

2) Metoda Cinematică

Să se traseze liniile de influență ale reacțiilor și eforturilor indicate la următoarele grinzi Gerber:

Problema IV.6 (fig. IV.9)

Problema IV.7 (fig. IV.10)

Problema IV.8 (fig. IV.11)

Problema IV.9 (fig. IV.12)

Problema IV.10 (fig. IV.13)

Problema IV.11 (fig. IV.14)

Problema IV.12 (fig. IV.15). Cu ajutorul liniei de influență, să se verifice M_A , T_{C-c} și V_F la grinda de la problema III.13.

Calculul momentului M_A :

$$\theta_1=1 \quad \theta_1=\frac{\eta_1}{3} \quad \eta_1=3$$

$$\eta_2=8 \quad \eta_3=4 \quad \eta_4=6 \quad \eta_5=3$$

$$-M_A \cdot 1 - 2 \cdot 6 \cdot \eta_1 -$$

$$-5 \cdot \eta_3 + 3 \cdot 4 \cdot \eta_5 = 0$$

$$M_A = -36 - 20 + 36 = -20 \text{ tm}$$

Calculul forței tăietoare T_{C-c} :

$$\eta_1 = \frac{1}{2} \quad \theta_1 = \frac{1}{4} \quad \eta_2 = \frac{1}{4} \cdot 3 \quad \eta_3 = \frac{3}{8}$$

$$-T \cdot 1 - 5 \cdot \eta_1 - 3 \cdot 4 \cdot \eta_3 = 0$$

$$T = -\frac{5}{2} - \frac{36}{8} = 7 \text{ tf.}$$

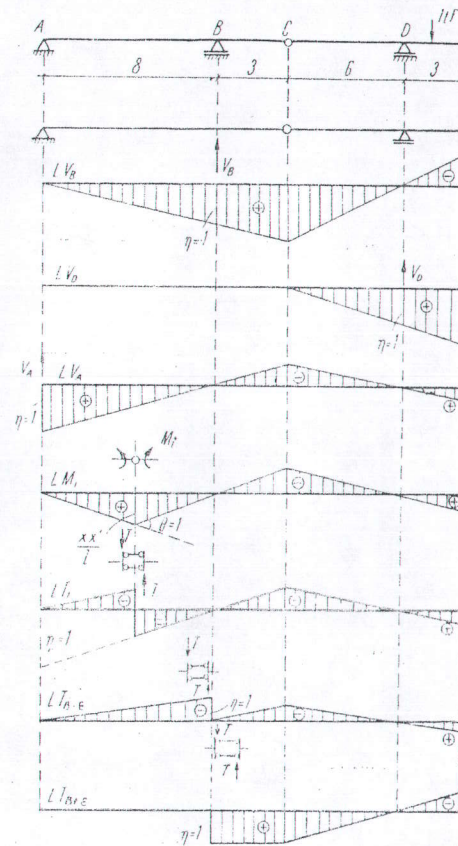


Fig. IV.9.

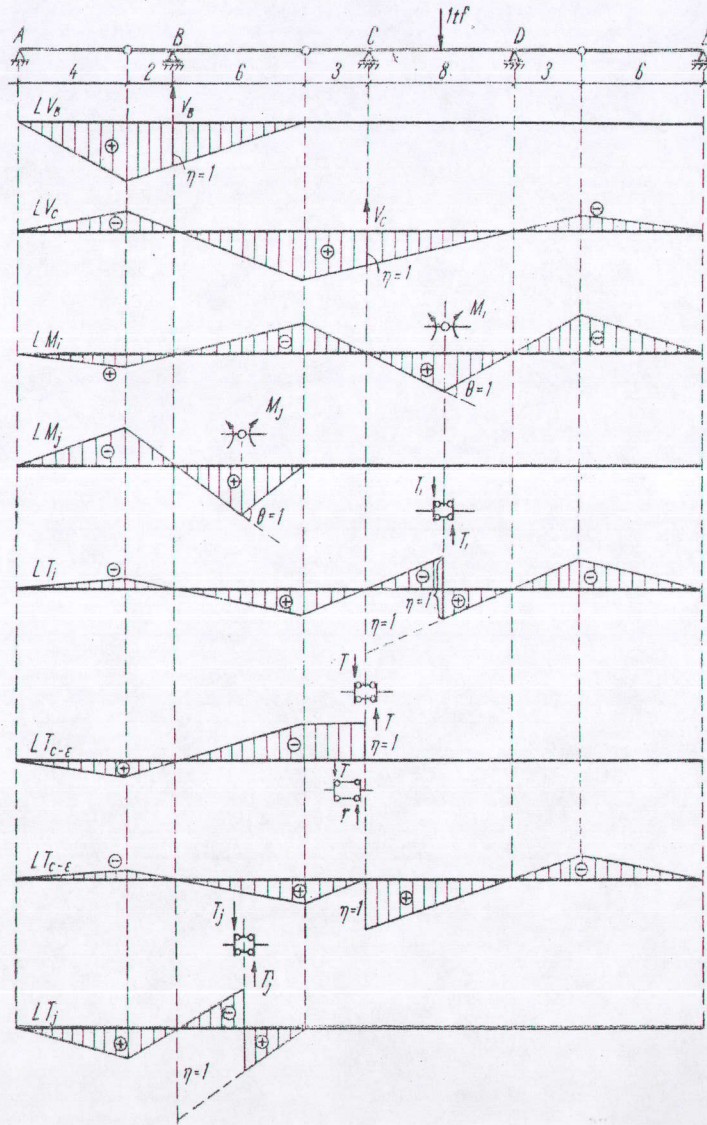


Fig. IV.10.

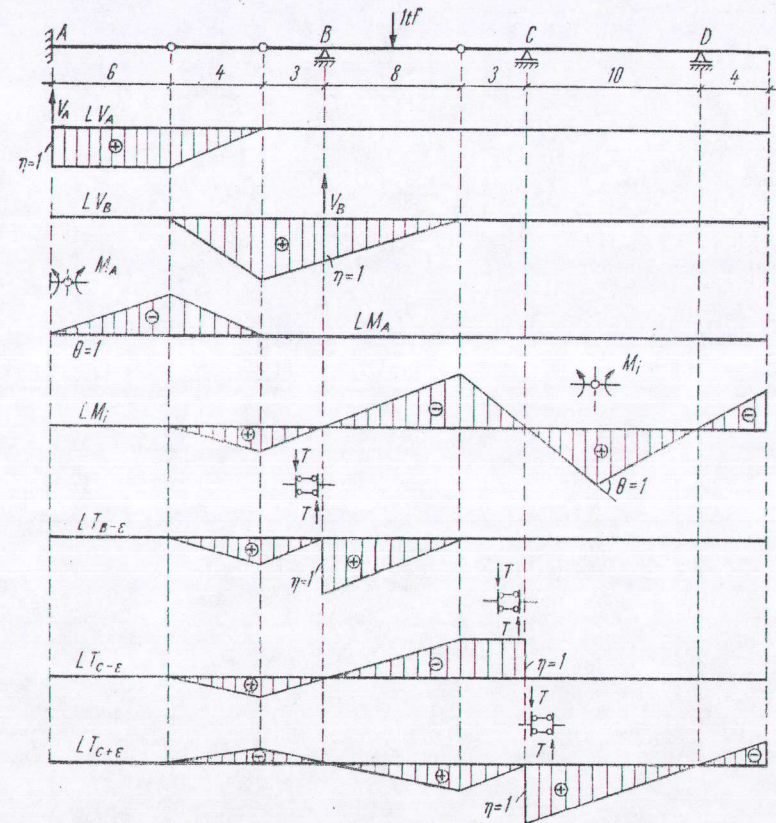


Fig. IV.11.

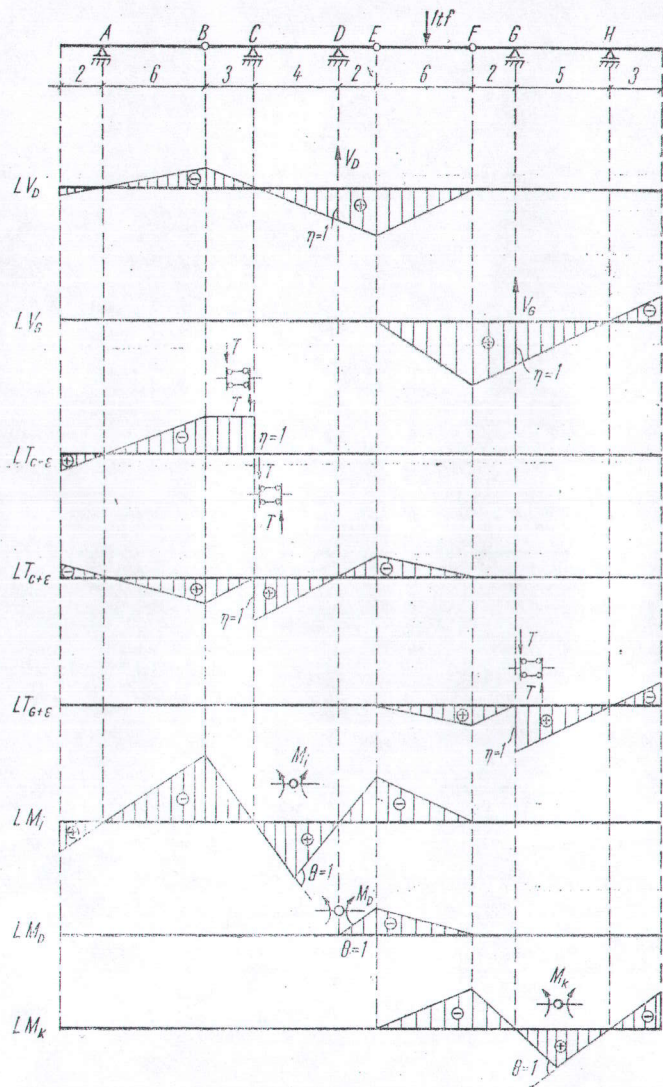


Fig. IV.12.

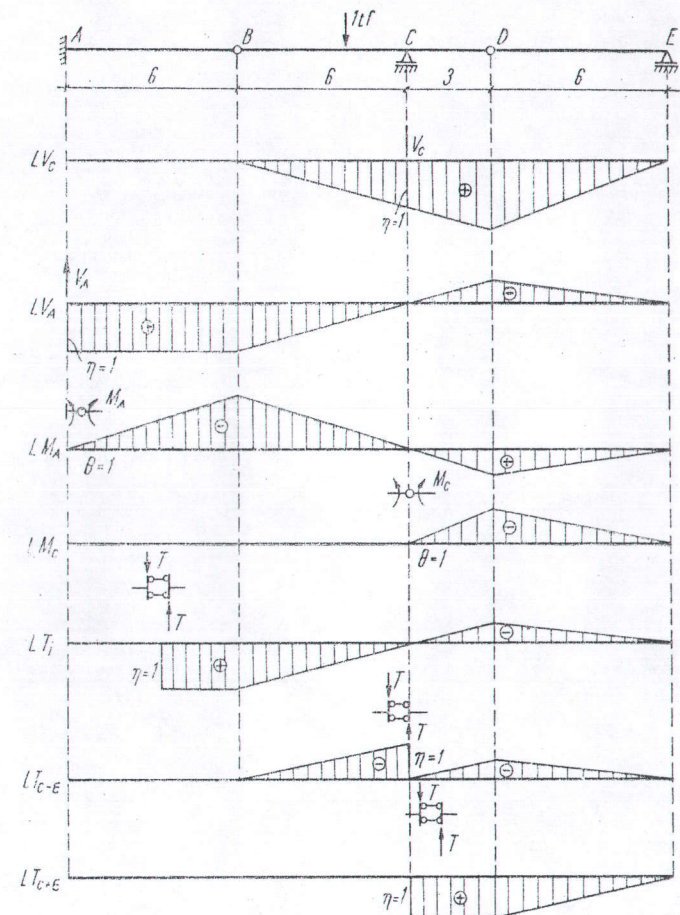


Fig. IV.13.

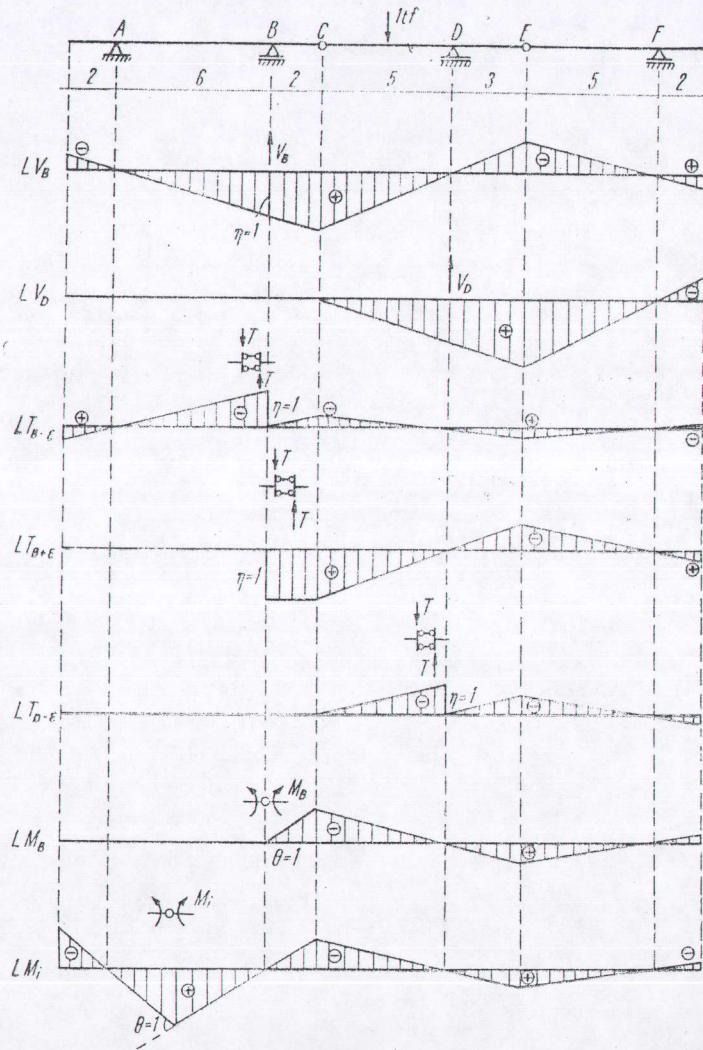


Fig. IV.14.

Calculul reacțiunii V_F :

$$\theta_1 = \frac{1}{6}; \quad \eta_1 = \frac{4}{6}; \quad \eta_2 = \frac{8}{6}; \quad \eta_3 = \frac{8}{12}$$

$$-V_F \cdot 1 + 3 \cdot 4 \cdot \eta_3 + 6 \cdot \eta_1 + 9 \cdot \theta_1 = 0$$

$$V_F = 8 + 4 + 1,5 = 13,5 \text{ tf}$$

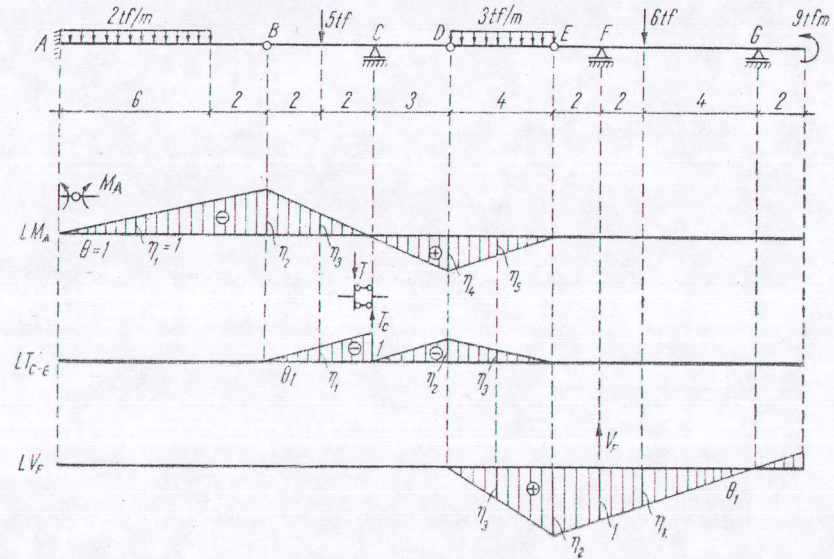


Fig. IV.15.

Problema IV.13 (fig. IV.16). Cu ajutorul liniei de influență să se verifice V_D , T_{C+e} și M_D (secțiunea de pe reazem) din aplicația III.14.

Calculul reacțiunii V_D :

$$\frac{\eta_1}{2} = \frac{1}{7}; \quad \eta_1 = \frac{2}{7}; \quad \eta_2 = \frac{1}{7}; \quad \theta_1 = \frac{2}{7 \cdot 6}$$

$$\frac{\eta_3}{2,5} = \frac{1}{7}; \quad \eta_3 = \frac{2,5}{7}; \quad \eta_4 = \frac{9}{7}; \quad \eta_5 = \frac{9}{14}$$

$$\eta_6 = \frac{9}{28}; \quad \frac{\eta_7}{2} = \frac{\eta_6}{5}; \quad \eta_7 = \frac{9}{70}$$

$$-V_D \cdot 1 + 12 \cdot \theta_1 - 2 \cdot 2 \cdot \eta_2 + 2 \cdot 5 \cdot \eta_3 + 7 \cdot \eta_5 + 4 \cdot \eta_7 = 0$$

$$V_D = 8,58 \text{ tf.}$$

Calculul forței tăietoare

$$\theta_2 = \frac{1}{7} \quad \eta_{11} = \frac{1}{7} \quad \eta_{17} = \frac{2}{7} \quad \theta_1 = \frac{1}{21}$$

$$\eta_2 = \frac{9}{14} \quad \eta_3 = \frac{2}{7} \quad \eta_4 = \frac{1}{7} \quad \eta_5 = \frac{1}{14} \quad \eta_6 = \frac{1}{35}$$

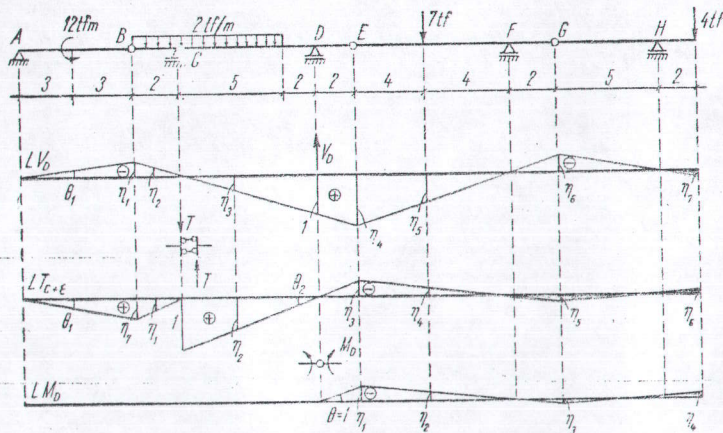


Fig. IV.16.

$$-T \cdot 1 - 12 \cdot \theta_1 + 2 \cdot 2 \cdot \eta_{11} + 2 \cdot 5 \cdot \eta_2 - 7 \cdot \eta_4 - 4 \cdot \eta_6 = 0$$

$$T_{C+\epsilon} = 5,317 \text{ tf}$$

Calculul momentului M_D :

$$\eta_{11} = 2 \quad \eta_2 = 1 \quad \eta_3 = \frac{1}{2} \quad \eta_4 = \frac{1}{5}$$

$$-M \cdot 1 - 7 \cdot \eta_2 - 4 \cdot \eta_4 = 0$$

$$M = -7 \cdot 1 - 4 \cdot \frac{1}{5} = -7,8 \text{ tfm.}$$

Problema IV.14 (fig. IV.17). Să se determine cu ajutorul liniei de influență M_i , $T_{D+\epsilon}$ și V_A .

Calculul momentului M_i :

$$\eta_3 = 2 \quad \eta_2 = \eta_4 = 1 \quad \eta_{11} = 1 \quad \eta_5 = 1 \quad \eta_6 = \frac{1}{4}$$

$$\theta_1 = 4$$

$$-M_i \cdot 1 - 12 \cdot \theta_1 + 4 \cdot \eta_3 + 4 \cdot \eta_4 - 2 \cdot 3 \cdot \eta_6 = 0$$

$$M_i = 3,5 \text{ tfm.}$$

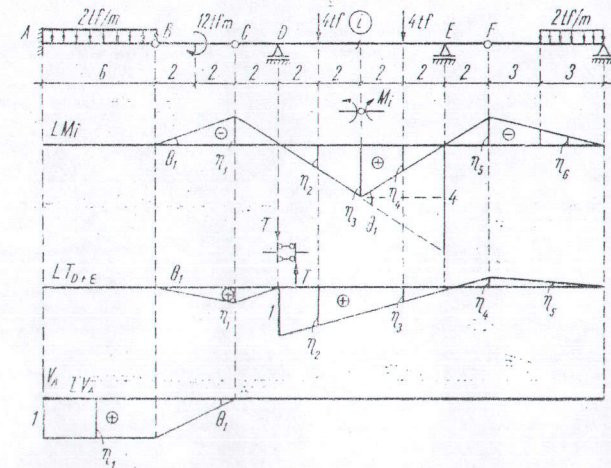


Fig. IV.17.

Calculul forței tăietoare $T_{D+\epsilon}$:

$$\eta_{11} = \frac{1}{4}, \quad \eta_2 = \frac{3}{4}, \quad \eta_3 = \frac{1}{4}, \quad \eta_4 = \frac{1}{4}, \quad \eta_5 = \frac{1}{16}$$

$$\theta_1 = \frac{1}{16}$$

$$-T \cdot 1 + 12 \cdot \theta_1 + 4 \cdot \eta_2 + 4 \cdot \eta_3 - 2 \cdot 3 \cdot \eta_5 = 0$$

$$T = 4,375 \text{ tf.}$$

Calculul reacțiunii V_A :

$$\eta_{11} = 1, \quad \theta_1 = \frac{1}{4}$$

$$-V_A \cdot 1 + 2 \cdot 6 \cdot \eta_{11} - 12 \cdot \theta_1 = 0 \quad V_A = 9 \text{ tf.}$$

Problema IV.15 (fig. IV.18). Să se determine cu ajutorul liniei de influență M_i , T_i și V_D , știind că $x_i = 6 \text{ m}$.

Calculul momentului M_i :

$$\eta_1=1 \quad \eta_2=\eta_3=2 \quad \eta_4=1 \quad \eta_5=\frac{1}{2} \quad \eta_6=\frac{1}{3}$$

$$\theta_2=\frac{1}{6}$$

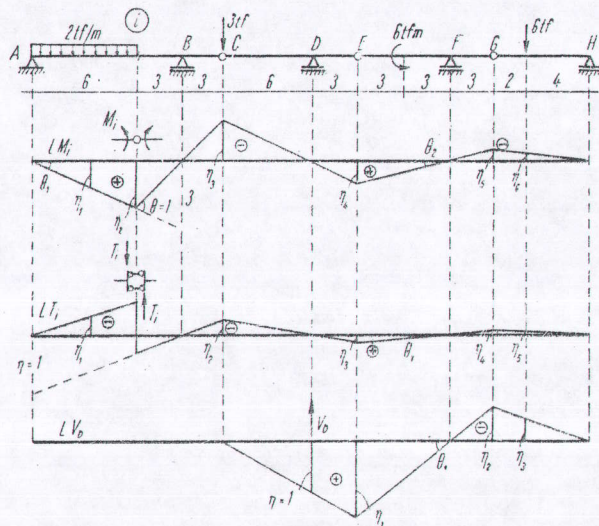


Fig. IV.18.

$$-M_i \cdot 1 + 2 \cdot 6 \cdot \eta_1 - 3 \cdot \eta_3 + 6 \cdot \theta_2 - 6 \cdot \eta_6 = 0$$

$$M_i = 5 \text{ tfm.}$$

Calculul forței tăietoare T_i :

$$\eta_1 = \frac{1}{3} \quad \eta_2 = \frac{1}{3} \quad \eta_3 = \frac{1}{6} \quad \eta_4 = \frac{1}{12} \quad \eta_5 = \frac{1}{18}$$

$$\theta_1 = \frac{1}{36}$$

$$-T_i \cdot 1 - 2 \cdot 6 \cdot \eta_1 - 3 \cdot \eta_2 + 6 \cdot \theta_1 - 6 \cdot \eta_5 = 0$$

$$T_i = -\frac{31}{6} \text{ tf.}$$

Calculul reacțiunii V_D :

$$\eta_1 = \frac{3}{2} \quad \theta_1 = \frac{1}{4} \quad \eta_2 = \frac{3}{4} \quad \eta_3 = \frac{1}{2}$$

$$-V_D \cdot 1 + 6 \cdot \theta_1 - 6 \cdot \eta_3 = 0$$

$$V_D = -1,5 \text{ tf.}$$

Problema IV.16 (fig. IV.19). Să se determine cu ajutorul liniei de influență a eforturilor $T_{C+\varepsilon}$ și M_C (secțiunea de pe reazem).

Calculul forței tăietoare $T_{C+\varepsilon}$:

$$\theta_2 = \frac{1}{6} \quad \eta_1 = \frac{1}{3} \quad \theta_3 = \frac{1}{27} \quad \eta_2 = \frac{2}{3} \quad \eta_3 = \frac{1}{3}$$

$$T_{C+\varepsilon} = 9 \cdot \frac{1}{27} + 4 \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot \frac{1}{3}$$

$$T_{C+\varepsilon} = 13 \text{ tf.}$$

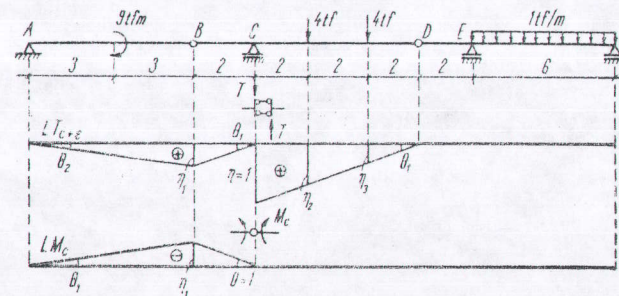


Fig. IV.19.

Calculul momentului M_C :

$$\theta_1 = \frac{\eta_1}{6}; \quad \eta_1 = 2; \quad \theta_1 = \frac{1}{3}$$

$$-M_C \cdot 1 - 9 \cdot \theta_1 = 0; \quad M_C = -3 \text{ tfm.}$$

Problema IV.17 (fig. IV.20). Cu ajutorul liniei de influență, să se verifice V_B , M_B și $T_{E+\varepsilon}$ de la problema III.12.

Calculul reacțiunii V_B :

$$\eta_1 = \frac{3}{5}; \quad \eta_3 = \frac{36}{25}; \quad \eta_6 = \frac{9}{5}; \quad \eta_4 = \frac{9}{25};$$

$$-V_B \cdot 1 - 3 \cdot \eta_1 + 4 \cdot \eta_3 + 4 \cdot \eta_4 = 0 \quad V_B = 5,4 \text{ tf.}$$

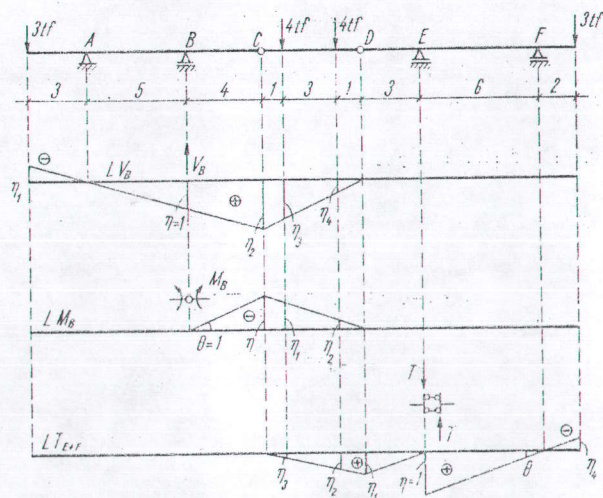


Fig. IV.20.

Calculul momentului M_B :

$$\eta_1 = 0 \cdot 4 = 4; \quad \eta_1 = \frac{16}{5}; \quad \eta_2 = \frac{4}{5};$$

$$-M_B \cdot 0 - 4 \cdot \eta_1 - 4 \cdot \eta_2 = 0$$

$$M_B = -16 \text{ tfm.}$$

Calculul forței tăietoare $T_{E+\varepsilon}$:

$$\eta_1 = 1; \quad \theta = \frac{1}{6};$$

$$\eta_1 = 0 \cdot 3 = \frac{1}{2}; \quad \eta_2 = \frac{2}{5}; \quad \eta_3 = \frac{1}{10}; \quad \eta_4 = 0 \cdot 2 = \frac{1}{3}.$$

$$-T_{E+\varepsilon} \cdot 1 + 4 \cdot \eta_2 + 4 \cdot \eta_3 - 3 \cdot \eta_4 = 0$$

$$T_{E+\varepsilon} = +1 \text{ tf}$$

Problema IV.18 (fig. IV.21). Cu ajutorul liniei de influență să se verifice M_A , V_E și M_i de la problema III.8.

Calculul momentului M_A :

$$\theta = 1; \quad \eta = 6; \quad \theta_1 = \frac{6}{4} = 1,5$$

$$-M_A \cdot \theta - 6 \cdot \theta_1 = 0; \quad M_A = -9 \text{ tfm.}$$

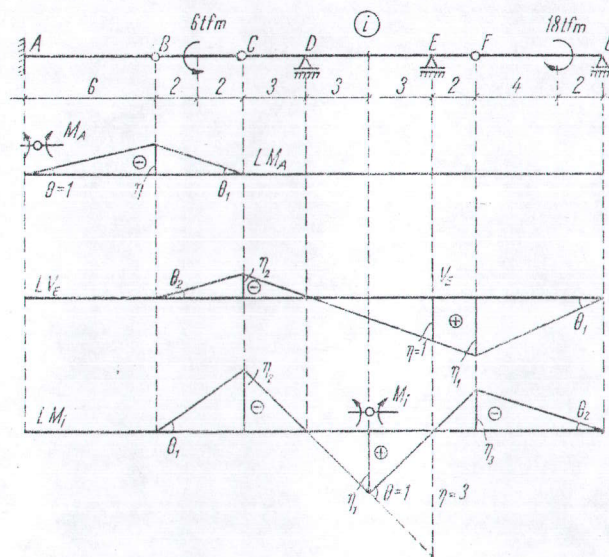


Fig. IV.21.

Calculul reacțiunii verticale V_E :

$$\eta = 1; \quad \eta_1 = \frac{8}{6}; \quad \theta_1 = \frac{8}{36}; \quad \eta_2 = \frac{1}{2}; \quad \theta_2 = \frac{1}{8}$$

$$-V_E \cdot \eta + 6 \cdot \theta_2 - 18 \cdot \theta_1 = 0; \quad V_E = -3,25 \text{ tf.}$$

Calculul momentului M_i :

$$\theta = 1; \quad \eta = 3; \quad \eta_1 = 1,5; \quad \eta_2 = 1,5; \quad \eta_3 = 1$$

$$\theta_1 = \frac{3}{8}; \quad \theta_2 = \frac{1}{6}$$

$$-M_i \cdot \theta + 6 \cdot \theta_1 + 18 \cdot \theta_2 = 0; \quad M_i = 5,25 \text{ tfm.}$$

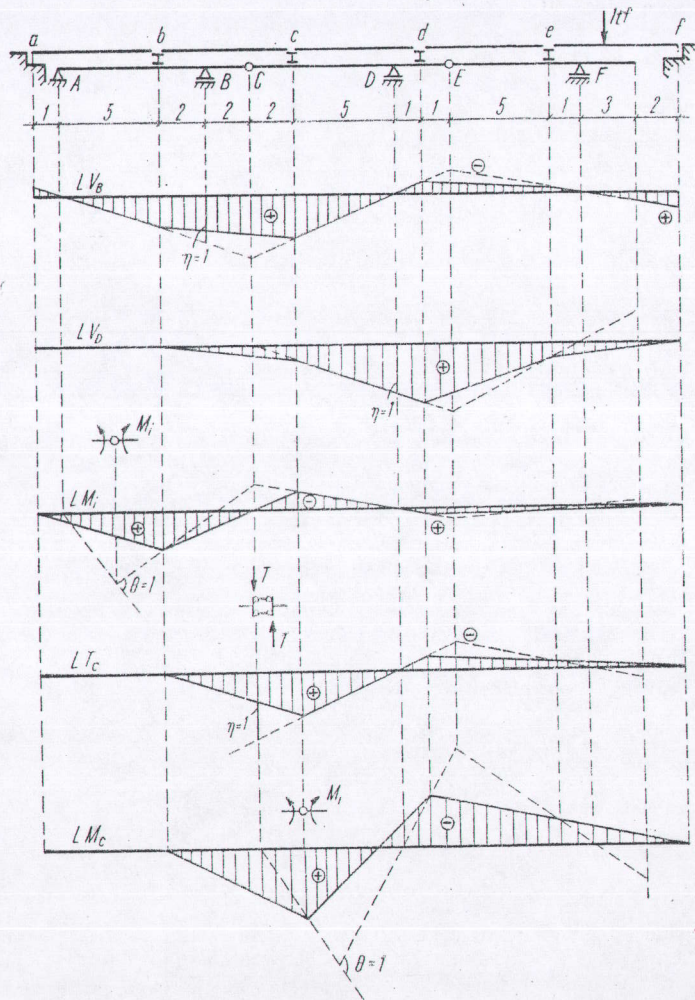


Fig. IV.22.

Problema IV.19 (fig. IV.22). Să se traseze liniile de influență ale reacțiilor și eforturilor indicate la grinda Gerber din figură, la care transmiterea forțelor se face indirect.

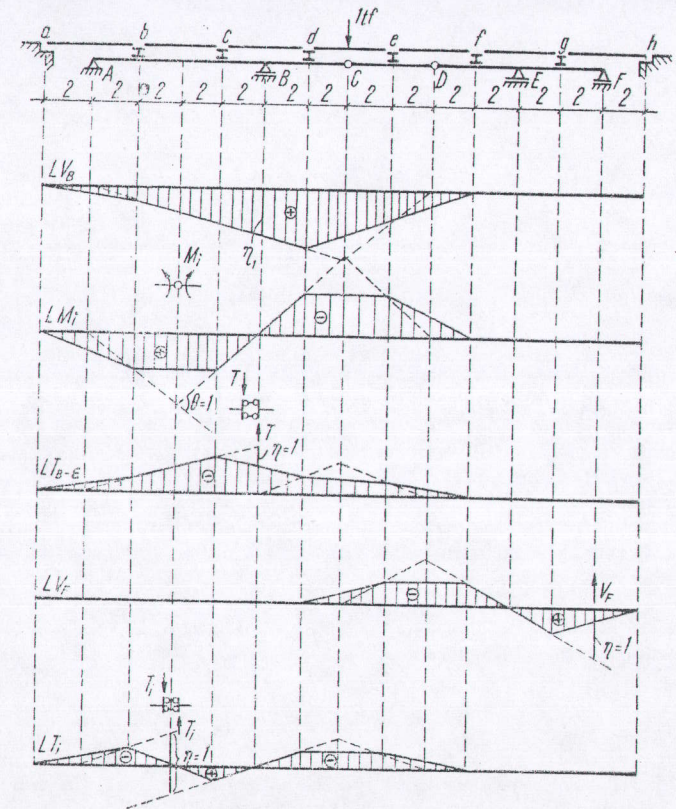


Fig. IV.23.

Problema IV.20. Să se traseze liniile de influență ale reacțiilor și eforturilor indicate la grinda Gerber din figura IV.23.