5

MOMENT ÎNCOVOIETOR MAXIM ŞI MOMENT ÎNCOVOIETOR MAXIM MAXIMORUM

În capitolul precedent s-a arătat că linia de influenţă dă posibilitatea să se urmărească modul în care variază un anumit efort cînd pe sistem se deplasează o sarcină unitară.

O problemă de o deosebită importanţă practică este determinarea valorii maxime a efortului considerat cînd pe sistem se deplasează un convoi de forţe concentrate.

Acest capitol tratează calculul momentului încovoietor maxim dintr-o secţiune dată şi a momentului încovoietor maxim maximorum la grinda dreaptă.

Se ştie că linia de influenţă a momentului încovoietor într-o secţiune i la grinda dreaptă este pozitivă, iar valoarea momentului M_i cînd pe grindă ar acţiona un sistem de forţe este:

$$M_i = \sum_{1}^{n} P_j \eta_j .$$

Din relaţia de mai sus rezultă că pentru a obţine o valoare maximă pentru M_i pe grindă trebuie introduse cît mai multe forţe şi de valoare cît mai mare.

Practic interesează care este poziţia convoiului mobil de forţe pentru care se obţine valoarea maximă a momentului din secţiunea i considerată, deoarece o dată cunoscută această poziţie, calculul momentului încovoietor devine o problemă simplă.

Se presupune că una din forţele convoiului, notată cu P_k, se află chiar în secţiunea i, iar celelalte forţe în stînga (P_i) şi dreapta (P_j) secţiunii, ca în figura V.1, şi că aceasta ar fi poziţia convoiului pentru care momentul încovoietor M_i este maxim.

Se ştie că o funcţie care admite un maxim, are valori mai mici decît valoarea maximă pentru orice altă valoare a variabilei (mai mare sau mai mică decît valoarea care determină maximul).

În cazul de faţă înseamnă că pentru orice deplasare dx a convoiului creşterea momentului dM trebuie să fie mai mică decît zero, pentru a exista valoarea maximă a momentului în poziţia aleasă pentru convoi, adică:

$$dx > 0 \qquad dM < 0$$
$$dx < 0 \qquad dM < 0.$$

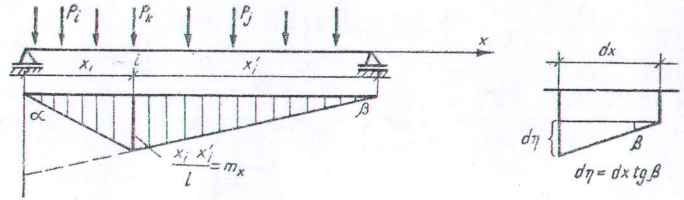


Fig. V.1.

Alegînd sensul pozitiv pentru axa ox ca în figură, rezultă:

— pentru o deplasare dx spre dreapta,

$$dM_{id} = \sum P_i\, d\eta_i + \sum P_j\, d\eta_i + P_k\, d\eta_{kj}; \tag{V.1}$$

— pentru o deplasare dx spre stînga,

$$dM_{is} = +\sum P_i\, d\eta_i + P_k\, d\eta_{ki} + \sum P_j\, d\eta_j . \tag{V.2}$$

Creşterile ordonatelor liniei de influenţă se scriu:

$$d\eta_i = dx \operatorname{tg} \alpha_i = d\eta_{ki}; \quad d\eta_j = dx \operatorname{tg} \beta_j = d\eta_{kj}.$$

Ţinînd seama că pentru convenţiile de semne stabilite $\operatorname{tg} \alpha_i$ este pozitivă, iar $\operatorname{tg} \beta_j$ este negativă, relaţiile (V.1) şi (V.2) devin:

$$dM_{id} = \sum P_i\, dx \operatorname{tg} \alpha_i - \sum P_j\, dx \operatorname{tg} \beta_j - P_k\, dx \operatorname{tg} \beta_j$$
$$dM_{is} = +\sum P_i\, dx \operatorname{tg} \alpha_i - \sum P_j\, dx \operatorname{tg} \beta_j + P_k\, dx \operatorname{tg} \alpha_i .$$

Scoţînd factor comun pe dx, în ambele expresii se obţine:

$$dM_{id} = dx\left(\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i - \sum P_j \operatorname{tg} \beta_j - P_k \operatorname{tg} \beta_j\right)$$
$$dM_{is} = dx\left(\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i - \sum P_j \operatorname{tg} \beta_j + P_k \operatorname{tg} \alpha_i\right).$$

În prima relaţie, $dx > 0$, deci cantitatea din paranteză trebuie să fie mai mică decît zero, pentru a avea $dM_{id} < 0$, iar în a doua relaţie $dx < 0$, deci cantitatea din paranteză trebuie să fie mai mare decît zero, pentru că $dM_{is} < 0$, adică:

$$\begin{aligned} &\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i - \sum P_j \operatorname{tg} \beta_j - P_k \operatorname{tg} \beta_j < 0 \\ &\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i + P_k \operatorname{tg} \alpha_i - \sum P_j \operatorname{tg} \beta_j > 0. \end{aligned} \tag{V.3}$$

Acestea sînt condiţiile ce trebuie satisfăcute pentru a obţine poziţia în care convoiul produce momentul încovoietor maxim în secţiunea i.

Relaţiile (V.3) particularizate la grinda dreaptă conduc la o formă mai simplă, dacă se notează $tg\,\alpha=\frac{m_x}{x_i}$, $tg\,\beta=\frac{m_x}{x_i'}$, $\sum P_i=R_{st}$ şi $\sum P_j=R_{dr}$.

Relaţiile devin:

$$R_{st}<\frac{x_i}{x_i'}(R_{dr}+P_k)$$
$$R_{st}+P_k>\frac{x_i}{x_i'}R_{dr}. \qquad (V.4)$$

Practic, calculul se conduce astfel: se alege ca forţă P_k una din forţele mari ce pătrund pe grindă şi se aşază convoiul cu forţa P_k în secţiunea i. Dacă sînt satisfăcute ambele inegalităţi (V.4), pentru deplasări dx ale convoiului spre dreapta şi spre stînga, se obţine poziţia convoiului pentru care M_i atinge valoarea maximă. Dacă una din inegalităţi nu este satisfăcută, înseamnă că poziţia convoiului considerată nu produce M_{max} în secţiunea i şi se alege o altă poziţie prin deplasarea convoiului, în sensul indicat de semnul inegalităţii satisfăcute.

O dată stabilită poziţia convoiului, momentul maxim se determină obişnuit ca la grinda dreaptă sau aplicînd ecuaţia de lucru mecanic virtual egal cu zero.

Moment încovoietor maxim maximorum

Dacă se vor calcula momentele maxime într-un număr oarecare de secţiuni la o grindă dreaptă şi se va trasa o diagramă a acestor momente maxime, va rezulta că într-o secţiune există un moment maxim mai mare decît toate celelalte.

Se numeşte moment maxim maximorum cel mai mare moment maxim posibil pe o grindă dreaptă sub acţiunea unui convoi de forţe şi care se notează cu $M_{max.\,max}$.

Trebuie remarcată deosebirea între momentul maxim şi momentul maxim maximorum, şi anume:

— în probleme privind calculul momentului maxim, necunoscută este numai poziţia convoiului (sau forţa ce se află în secţiunea i) pentru care se obţine M_{max};

— în probleme privind calculul momentului maxim maximorum, necunoscute sînt atît poziţia convoiului cît şi secţiunea unde apare momentul maxim maximorum.

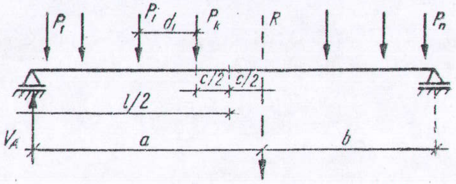
Considerăm că pe o grindă se află un convoi de forţe şi că s-a determinat într-un mod oarecare poziţia rezultantei convoiului R.

Momentul maxim maximorum fiind un moment maxim, înseamnă că se va produce într-o secţiune în care se află o forţă.

Presupunînd că o forţă oarecare P_k, aflată în stînga rezultantei R, produce momentul maxim maximorum pentru secţiunea respectivă, expresia momentului încovoietor M_i este:

$$M_i=V_A'(a-c)-\sum_{1}^{k-1}P_i d_i,$$

Fig. V.2.



unde $V_A=\frac{R\cdot b}{l}=\frac{R(l-a)}{l}$. Înlocuind, momentul devine:

$$M_i=\frac{R(l-a)(a-c)}{l}-\sum_{1}^{k-1}P_i d_i. \qquad (V.5)$$

Pentru a obţine M_{max}, trebuie ca $\frac{dM}{da}=0$, „a" fiind singura variabilă din expresia momentului.

$$\frac{dM}{da}=\frac{R}{l}(l-2a+c)=0$$

sau

$$a=\frac{l+c}{2}.$$

Din expresia obţinută pentru a rezultă că momentul maxim maximorum are loc pentru acea poziţie a convoiului în care mijlocul grinzii împarte în două părţi egale distanţa c dintre rezultanta convoiului şi forţa P_k, în dreptul căruia s-a presupus că se produce momentul maxim maximorum.

Observînd că:

$$a-c=l-a=\frac{l-c}{2},$$

expresia momentului maxim maximorum este:

$$M_{max\,max}=\frac{R(l-c)^2}{4l}-\sum_{1}^{k-1}P_i d_i. \qquad (V.6)$$

În cazul în care forţa P_k se află în dreapta rezultantei, dintr-un calcul similar rezultă:

$$M_{max\,max}=\frac{R(l+c)^2}{4l}-\sum_{1}^{k-1}P_i d_i. \qquad (V.7)$$

Practic, calculul se conduce astfel:

— se determină valoarea rezultantei R a convoiului și poziția ei în raport cu celelalte forțe din convoi;

— se așază convoiul în așa fel încît mijlocul grinzii să împartă în două părți egale distanța dintre R și o forță din apropierea ei, considerată forța P_k;

— pentru această poziție se verifică dacă se produce moment maxim în secțiunea în care se află P_k (respectiv dacă sînt satisfăcute relațiile V.4);

— dacă relațiile (V.4) sînt satisfăcute, rezultă că aceasta este poziția căutată, iar $M_{max\ max}$ se determină cu una din relațiile de mai sus;

— dacă relațiile (V.4) nu sînt satisfăcute, se încearcă pentru o altă poziție a convoiului.

Trebuie remarcat că în general momentul maxim maximorum se produce într-o secțiune apropiată de mijlocul grinzii.

APLICAȚII

Să se determine valoarea momentului maxim în secțiunile indicate la grinzile simplu rezemate pentru convoaiele de forțe date:

Problema V.1 (fig. V.3):

$$x_i=6\text{ m};\quad x_j=8\text{ m}.$$

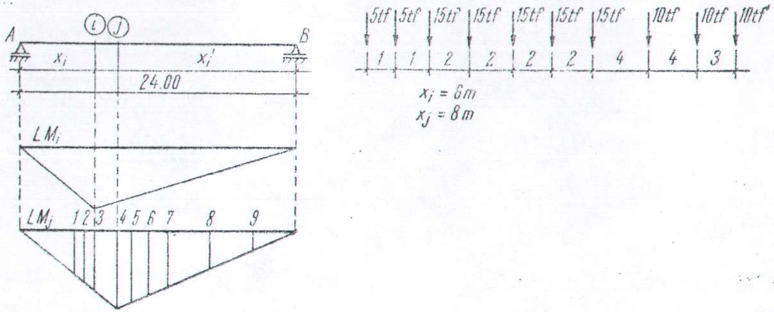


Fig. V.3.

Calculul se poate organiza sub formă de tablou.

Momentul maxim M_i se va calcula în mod obișnuit, calculînd reacțiunea V_A și scriind momentul în secțiunea i pentru poziția determinată a convoiului (tab. V.1).

Momentul maxim M_j se va calcula cu ajutorul liniei de influență, scriind ecuația de lucru mecanic virtual.

Convoiul de forțe se deplasează de la dreapta spre stînga.

Forța care satisface următoarele două inegalități produce momentul maxim în secțiunea respectivă:

$$R_{st}<\frac{x}{x'}(R_{dr}+P_k);\qquad R_{st}+P_k>\frac{x}{x'}R_{dr}.$$

Tabelul V.1

Nr. crt.	$P_{i[tf]}$	$\Sigma P_{i[tf]}$	$d_{i[m]}$	$\Sigma M_{i[tfm]}$
1	5	5		0
2	5	10	1	5
3	15	25	1	15
4	15	40	2	65
5	15	55	2	145
6	15	70	2	255
7	15	85	2	395
8	10	95	4	735
9	10	105	4	1110
10	10	115	3	1425

Calculul momentului M_i:

$$x_i=6\text{ m};\quad x_i'=18\text{ m}.$$

Se verifică inegalitățile (V.4), considerînd pe rînd una din forțe ca forță P_k ținînd în același timp seama de numărul forțelor care pătrund pe grindă:

$$P_3=P_k=15\text{ tf}.$$

Ultima forță nu intră pe grindă: $R_{st}=10$ tf $R_{dr}=80$ tf

$$10<\frac{6}{18}(80+15)\qquad\text{— satisfăcută}$$

$$10+15>\frac{6}{18}80\qquad\text{— nesatisfăcută.}$$

Deci, forța P_3 nu produce momentul maxim în secțiunea i.

Se încearcă cu forța P_4:

$$P_4=P_k=15\text{ tf}.$$

În acest caz, toate forțele pătrund pe grindă.

$$R_{st}=25 \text{ tf} \qquad R_{dr}=65 \text{ tf}$$

$$25<\frac{6}{18}(65+15) \qquad \text{— satisfăcută;}$$

$$25+15>\frac{6}{18}65 \qquad \text{— satisfăcută.}$$

Presupunînd convoiul plasat pe grindă în poziție statică cu forța P_4 în secțiunea i, se obține:

$$V_A\cdot 24-1425-115\cdot 1=0$$

$$V_A=\frac{1540}{24}=64{,}20 \text{ tf.}$$

$$M_{i_{max}}=V_A\cdot x_i-\sum_1^3 P_i d_i$$

$$M_{i_{max}}=64{,}20\cdot 6-65=320{,}2 \text{ tfm.}$$

Calculul momentului M_j:

$$x_j=8 \text{ m}; \quad x_j'=16 \text{ m.}$$

$P_4=P_k=15$ tf — ultima forță nu pătrunde pe grindă:

$$R_{st}=25 \text{ tf}; \quad R_{dr}=65 \text{ tf}$$

$$25<\frac{8}{16}(65+15) \qquad \text{— satisfăcută}$$

$$25+15>\frac{8}{16}65 \qquad \text{— satisfăcută.}$$

Forța P_4 produce momentul maxim în secțiunea j.

Se așază convoiul cu forța P_4 în secțiunea j, se calculează ordonatele liniei de influență din dreptul fiecărei forțe și se scrie ecuația de lucru mecanic virtual $M\cdot\theta=\sum P_i\eta_i$ unde $\theta=1$.

Se calculează $\eta_4=\frac{xx'}{l}$ și în continuare din asemănări de triunghiuri se determină celelalte ordonate. Rezultă:

$$\eta_1=\frac{8}{3};\quad \eta_2=\frac{10}{3};\quad \eta_3=4;\quad \eta_4=\frac{16}{3};\quad \eta_5=\frac{14}{3};\quad \eta_6=\frac{12}{3};$$

$$\eta_7=\frac{10}{3};\quad \eta_8=2;\quad \eta_9=\frac{2}{3}.$$

$$M_{j\,max}=5\cdot\frac{8}{3}+5\cdot\frac{10}{3}+15\cdot 4+15\cdot\frac{16}{3}+15\cdot\frac{14}{3}+15\cdot\frac{12}{3}+15\cdot\frac{10}{3}+10\cdot 2+10\cdot\frac{2}{3}$$

$$M_{j\,max}=\frac{1130}{3}=376{,}6 \text{ tfm.}$$

Problema V.2 (fig. V.4 și tab. V.2).

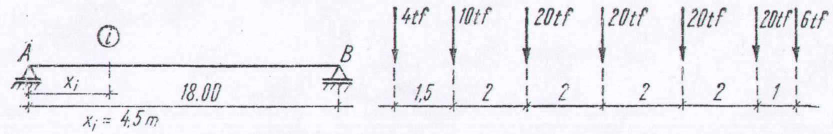


Fig. V.4.

Tabelul V.2

Nr. crt.	$P_{i[tf]}$	$\Sigma P_{i[tf]}$	$d_{i[m]}$	$\Sigma M_{i[tfm]}$
1	4	4	1,5	0
2	10	14	2	6
3	20	34	2	34
4	20	54	2	102
5	20	74	2	210
6	20	94	1	358
7	6	100		452

$$P_k=P_3=20 \text{ tf}; \quad R_{st}=14 \text{ tf}; \quad R_{dr}=66 \text{ tf}$$

$$14<\frac{4{,}5}{13{,}5}(66+20) \qquad \text{— satisfăcută;}$$

$$14+20>\frac{4{,}5}{13{,}5}\cdot 66 \qquad \text{— satisfăcută;}$$

$$V_A\cdot 18-452-100\cdot 6{,}5=0; \quad V_A=61{,}20 \text{ tf}$$

$$M_{i\,max}=V_A\cdot x_i-\sum P_i d_i$$

$$M_{imax}=61{,}20\cdot 4{,}5-34=241{,}4 \text{ tfm}$$

Problema V.3 (fig. V.5. şi tab. V.3)

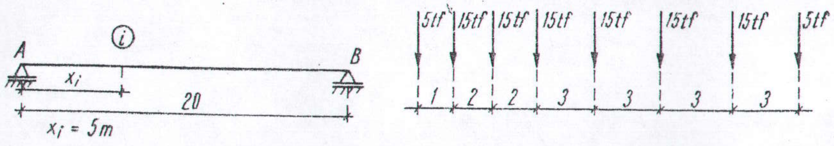


Fig. V.5.

Tabelul V.3

Nr. crt.	$P_{i[tf]}$	$\Sigma P_{i[tf]}$	$d_{i[m]}$	$\Sigma M_{i[tfm]}$
1	5	5		0
2	15	20	1	5
3	15	35	2	45
4	15	50	2	115
5	15	65	3	265
6	15	80	3	460
7	15	95	3	700
8	5	100	4	985

$$P_k=P_3=15 \text{ tf}; \quad \frac{x_i}{x_i'}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}.$$

$$R_{st}=20 \text{ tf}; \quad R_{dr}=65 \text{ tf}.$$

$$20<\frac{1}{3}(65+15) \qquad \text{— satisfăcută;}$$

$$20+15>\frac{1}{3}65 \qquad \text{— satisfăcută.}$$

$$V_A\cdot 20-985-100\cdot 1=0; \quad V_A=54,25 \text{ tf}$$

$$M_{i\,max}=V_A\cdot x_i-\sum_1^3 P_i d_i$$

$$M_{i\,max}=54,25\cdot 5-45=226,25 \text{ tfm}.$$

Problema V.4. Aceleaşi date de la problema V.3.

Momentul maxim din secţiunea $x_i=7,5$ m:

$$P_k=P_4=15 \text{ tf}; \quad \frac{x_i}{x_i'}=\frac{7,5}{12,5}=0,6$$

$$R_{st}=35 \text{ tf}; \quad R_{dr}=50 \text{ tf}.$$

$$35<0,6(50+15) \qquad \text{— satisfăcută;}$$

$$35+15>0,6\cdot 50 \qquad \text{— satisfăcută.}$$

$$V_A\cdot 20-985-100\cdot 0,5=0$$

$$V_A=\frac{1035}{20}=51,75 \text{ tf}$$

$$M_{i\,max}=51,75\cdot 7,5-115=273,125 \text{ tfm}.$$

Problema V.5 (fig. V.6 şi tab. V.4).

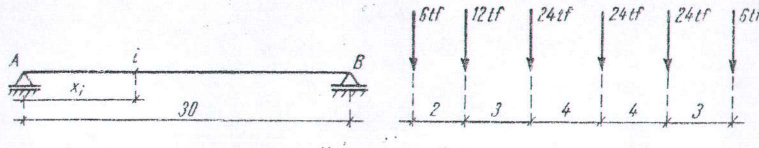


Fig. V.6.

Tabelul V.4

Nr. crt.	$P_{i\,tf}$	$\Sigma P_{i\,tf}$	$d_{i\,m}$	$\Sigma M_{i\,tfm}$
1	6	6		0
2	12	18	2	12
3	24	42	3	66
4	24	66	4	234
5	24	90	4	498
6	6	96	3	768

$$P_k=P_3=24 \text{ tf}; \quad \frac{x_i}{x_i'}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}.$$

$$R_{st}=18 \text{ tf}; \quad R_{dr}=54 \text{ tf}.$$

$$18<\frac{2}{3}(54+24) \qquad \text{— satisfăcută;}$$

$$18+24>\frac{2}{3}\cdot 54 \qquad \text{— satisfăcută.}$$

$$V_A\cdot 30-768-96\cdot 7=0; \quad V_A=48 \text{ tf}$$

$$M_{i\,max}=48\cdot 12-66=510 \text{ tfm}$$

Să se determine momentul maxim maximorum la grinzile drepte cu convoaiele de forţe indicate în fiecare caz.

Problema V.6 (fig. V.7). Momentul maxim maximorum cu datele de la problema V.5.

Poziţia rezultantei se determină din ecuaţia de moment în raport cu ultima forţă.

$$R\cdot x-\sum P_i d_i=0$$

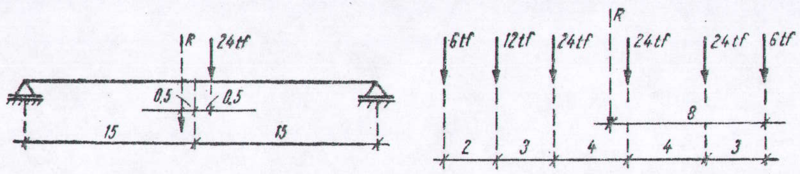


Fig. V.7.

$$x=\frac{768}{96}=8\,\text{m}$$

$$x_i=15{,}5\ \text{m};\ x_i'=14{,}5\ \text{m}.$$

$$R_{st}=42\ \text{tf};\ R_{dr}=30\ \text{tf}.$$

$$P_k=P_4=24\ \text{tf}$$

$$42<\frac{15{,}5}{14{,}5}(30+24)\qquad \text{— satisfăcut;}$$

$$42+24>\frac{15{,}5}{14{,}5}\cdot 30\qquad \text{— satisfăcut.}$$

$$M_{max\ max}=\frac{R(l+c)^2}{4l}-\sum_1^4 P_i d_i$$

$$M_{max\ max}=\frac{96(30+1)^2}{4\cdot 30}-234=768{,}8-234=534{,}8\ \text{tfm}.$$

Problema V.7 (fig. V.8 şi tab. V.5).

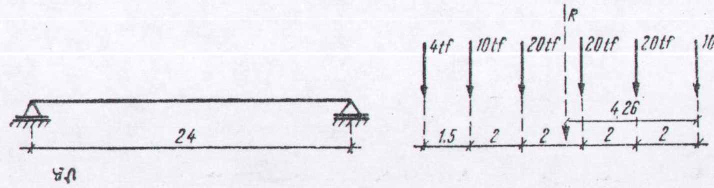


Fig. V.8.

Tabelul V.5

Nr. crt.	P_i	ΣP_i	d_i	ΣM_i
1	4	4	1,5	0
2	10	14	2	6
3	20	34	2	34
4	20	54	2	102
5	20	74	2	210
6	10	84		358

$$R\cdot x-\sum P_i d_i=0;\quad x=\frac{358}{84}=4{,}26\ \text{m}$$

$$P_k=P_3=20\ \text{tf}$$

$$R_{st}=14\ \text{tf};\ R_{dr}=50\ \text{tf}.$$

$$14<\frac{11{,}13}{12{,}87}(50+20)\qquad \text{— satisfăcut}$$

$$14+20>\frac{11{,}13}{12{,}87}\cdot 50\qquad \text{— nesatisfăcut}$$

$$P_k=P_4=20\ \text{tf}.$$

$$R_{st}=34\ \text{tf};\ R_{dr}=30\ \text{tf}$$

$$34<\frac{12{,}13}{11{,}87}(30+20)\qquad \text{— satisfăcut;}$$

$$34+20>\frac{12{,}13}{11{,}87}\cdot 30\qquad \text{— satisfăcut.}$$

$$M_{max\ max}=\frac{84(24+0{,}26)^2}{4\cdot 24}-102=518-102=416\ \text{tfm}$$

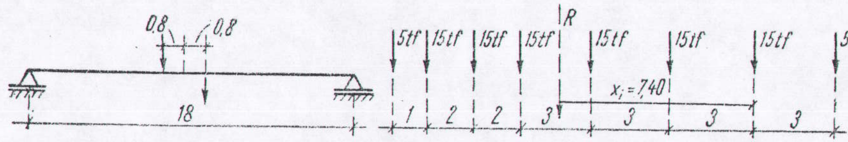


Fig. V.9.

Problema V.8 (fig. V.9). Se utilizează tabela de la problema V.3.

$$R\cdot x-\sum P_i d_i=0;\quad x=\frac{985}{100}=9{,}85\ \text{m}.$$

Ultima forţă din dreapta iese de pe grindă.

Se determină poziţia rezultantei primelor 7 forţe.

$$x_1 = \frac{700}{95} = 7{,}40 \text{ m}$$

$$P_k = P_4 = 15 \text{ tf}$$

$$R_{st} = 35 \text{ tf}; \; R_{dr} = 45 \text{ tf}.$$

$$x_i = 8{,}2 \text{ m}; \; x_i' = 9{,}8 \text{ m}$$

$$35 < \frac{8{,}2}{9{,}8}(45+15) \qquad \text{— satisfăcută;}$$

$$35+15 > \frac{8{,}2}{9{,}8}\cdot 45 \qquad \text{— satisfăcută.}$$

$$M_{max\ max} = \frac{R(l-c)^2}{4l} - \sum P_i d_i$$

$$M_{max\ max} = \frac{95(18-1{,}60)^2}{4\cdot 18} - 115 = 354 - 115 = 239 \text{ tfm.}$$

Problema V.9 (fig. V.10 şi tab.V.6).

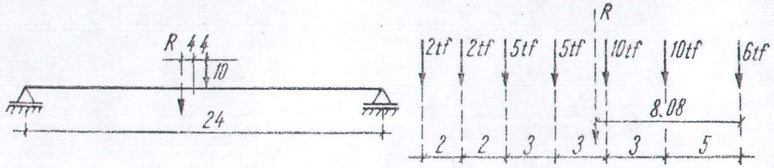


Fig. V.10.

Tabelul V.6

Nr. crt.	$P_{i\,tf}$	$\Sigma P_{i\,tf}$	$d_{i\,m}$	$\Sigma M_{i\,tfm}$
1	2	2	2	0
2	2	4	2	4
3	5	9	3	12
4	5	14	3	39
5	10	24	3	81
6	10	34	5	153
7	6	40		323

$$x = \frac{\Sigma P_i d_i}{R} = \frac{323}{40} = 8{,}08 \text{ m}$$

$$P_k = P_5 = 10 \text{ tf}$$

$$R_{st} = 14 \text{ tf}; \; R_{dr} = 16 \text{ tf}$$

$$x_i = 12{,}04 \text{ m}; \; x_i' = 11{,}96 \text{ m}.$$

$$14 < \frac{12{,}04}{11{,}96}(16+10) \qquad \text{— satisfăcută;}$$

$$14+10 > \frac{12{,}04}{11{,}96}\cdot 16 \qquad \text{— satisfăcută.}$$

$$M_{max\ max} = \frac{40(24+0{,}08)^2}{4\cdot 24} - 81 = 241 - 81 = 160 \text{ tfm.}$$

Problema V.10 (fig. V.11 şi tab. V.7).

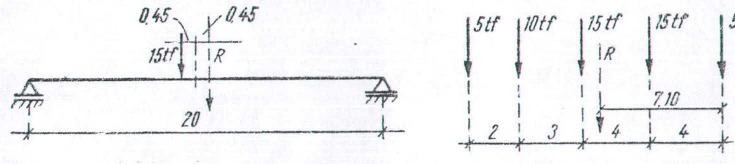


Fig. V.11.

Tabelul V.7

Nr. crt.	$P_{i\,tf}$	$\Sigma P_{i\,tf}$	$d_{i\,m}$	$\Sigma M_{i\,tfm}$
1	5	5	2	0
2	10	15	3	10
3	15	30	4	55
4	15	45	4	175
5	5	50		355

$$x = \frac{\Sigma P_i d_i}{R} = \frac{355}{50} = 7{,}1 \text{ m}$$

$$P_k = P_3 = 15 \text{ tf}$$

$$R_{st} = 15 \text{ tf} \quad x_i = 9{,}55 \text{ m}$$

$$R_{dr} = 20 \text{ tf} \quad x_i' = 10{,}45 \text{ m}$$

$$15 < \frac{9{,}55}{10{,}45}(20+15) \qquad \text{— satisfăcută}$$

$$15+15 > \frac{9{,}55}{10{,}45}\cdot 20 \qquad \text{— satisfăcută}$$

$$M_{max\ max} = \frac{50(20-0{,}9)^2}{4\cdot 20} - 55 = 173 \text{ tfm.}$$